



Matematik Eğitiminde Yeni Eğilimler **ÇİFT ODAKLI ÖĞRETİM MODELİ**

-23.12.2021-

Prof. Dr. Murat ALTUN

Bu sunum TÜBİTAK 1003/218K515 nolu projenin bir özeti.

Instagram adresi

[ciftodakliogretim](https://www.instagram.com/ciftodakliogretim)

Kurumsal Proje Sayfası

<http://uludag.edu.tr/ciftodakliogretim>

Konuşma Planı

a. Matematik Eğitiminde Yeni Eğilimler

0. İlkel toplumlarda matematik
1. Matematik nedir, amacı nedir ve gücü nereden geliyor?
2. Pür ve uygulamalı matematik ve aralarındaki sınır
3. Nitelikli matematik eğitimi nedir?
4. Matematik okuryazarlığı deyiminin kavramsallaşması

b. Çift Odaklı Öğretim Modeli

1. Modelin uygulanmasında adımlar
2. Modelin uygulanabilirliği, modelin kullanımında fırsatlar ve güçlükler

Matematik bir insan aktivitesidir.

Matematik öğrenmek insan hakkıdır.

Matematiğin Güncel Tanımı:

Realitenin modellenmesini temel alan, anlamlandırma ve problem çözme sonucunda oluşan bilgi ve yine bu süreç içinde gelişen beceriler (de Corte, 2004).

Matematiğin Dört Temel Amacı

1. Problem çözme becerisi,
2. Muhakeme etme ve argüman üretme,
3. Matematiğin iletişimde kullanımı
4. Matematiğe karşı değer duygusu oluşturma

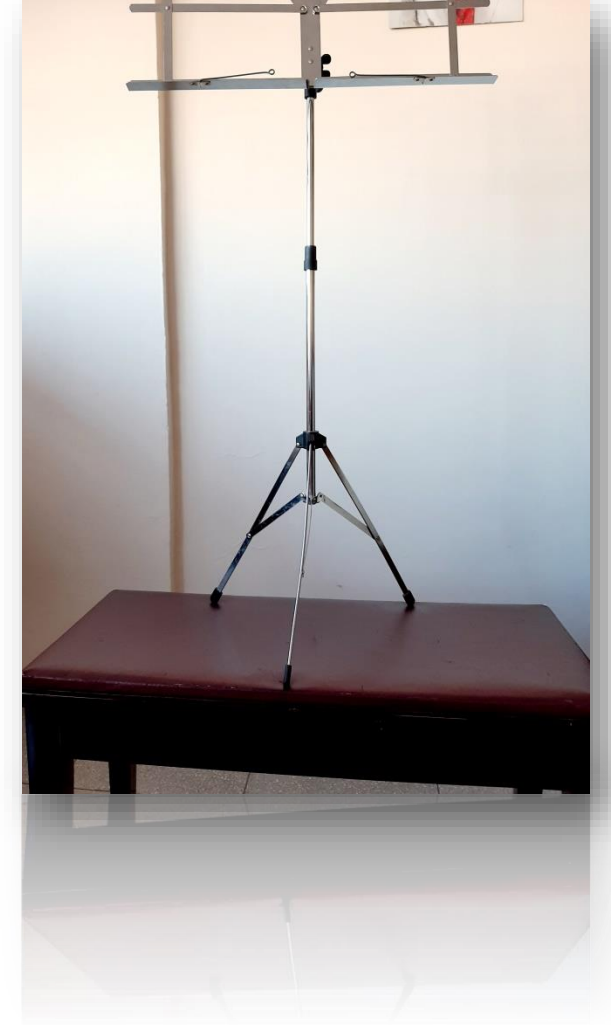
Pür ve Uygulamalı Matematik

Matematik daha çok kullanılır hale geldi.

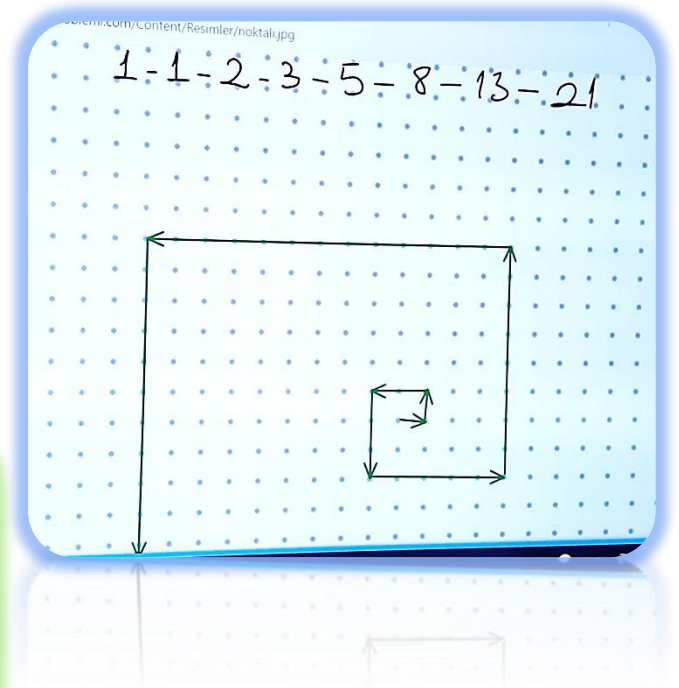
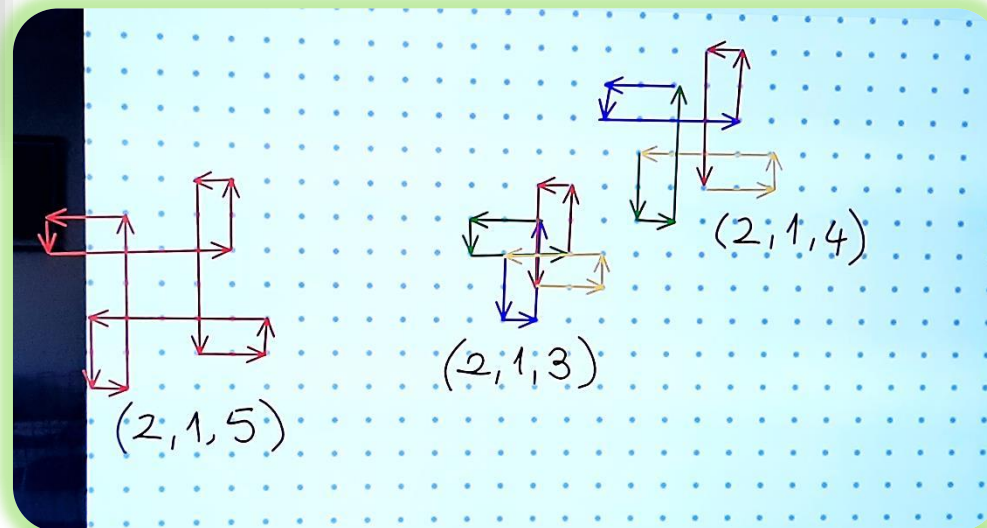
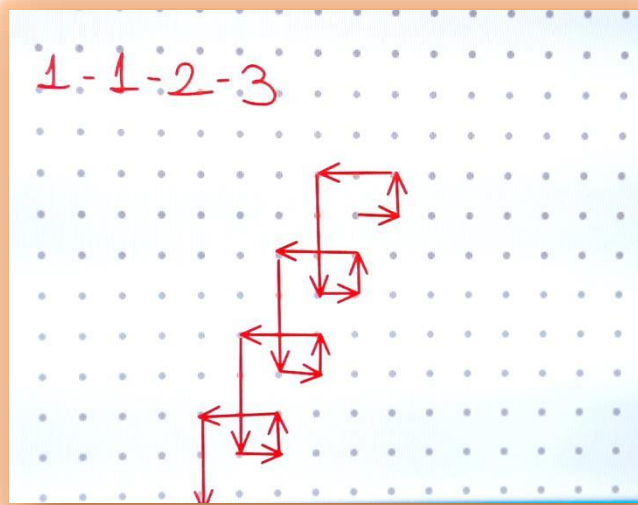
- Eskiden matematiğin belirli alanları-başta mühendislik olmak üzere-kullanılmaktaydı. Bugün uygulamalar artmış bulunmaktadır.
- Veri analizi tüm yönleriyle, geometri tüm yönüyle uygulanan alanlar eklendi. Araştırma faaliyetlerinde kullanılan matematiksel analizler arttı.
- Bilgisayarların gelişmesi ile matematik daha çok kullanılmaya başlandı. **Bilgi+sayar=bilgisayar** denkliği türetimin arka planının tümüyle matematik olduğunu göstermektedir.
- Sosyal alanlardaki olayların davranışı matematiksel modellere indirgenmektedir. **Unutmanın matematiği** gibi. Pür matematiğin uygulamaya katkı vermesi artan biçimde devam etmektedir.

Tripot;

- Film-Fotoğraf çekme makinalarının üzerine monte edildiği tripotlar, üzerinde tencere kaynattığınız sağ ayakları hep 3 ayaklı sehpalardır. Bunun dayandığı bir matematiksel temel vardır. “Üç noktadan bir düzlem geçer”
- Dört ayaklı olanla karşılaştırıldığında bu ayakların dokunduğu noktaları A, B, C, D ile gösterirsek ABC, ABD, ACD ve BCD noktalarının belirlediği dört farklı düzlemle karşı karşıya kalırız. Bu dört düzlem çakıştığında en çok denge oluşur.
- Bu durumu hemen yanınızda bulunan dört ayaklı bir sandalyeyi masa üstüne çıkararak gözlemleyebilirsiniz. Sandalye masa üstünde muhtemelen tıkırdayacaktır. Tıkırdamıyor ise yapan ustayı dört düzlem çakıştırabildiği için tebrik edebiliriz.



Düzlemde açık ve kapalı şekiller



İkinci Dereceden Denklemin Çözümü

- $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin çözümü

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Hayatınızda size soran oldu mu?

Nitelikli Matematik Eğitiminden Ne Anlıyoruz?

- a) Matematiğin insan yaşamına yansıma şekli
- b) Matematiğin tanımının düşündürdükleri
- c) Matematiğin amaçlarının düşündürdükleri

*İnsan yaşamına yansıyan
bilgi üretimine vesile olan matematik.*

Matematik Okuryazarlığı Nedir?

- Matematik okuryazarlığının orijinali olan “**mathematical literacy**”, “matematiksel bir metni okuma ve söyleneni yazma”dan daha geniş bir anlama sahiptir.
- Matematik okuryazarlığı; matematiksel bilgi ve becerileri kullanmada yetkin olmayı ifade eder.
- Buradaki yetkin olma ile; matematiğin rol oynayabileceği bir *problem durumunu anlama, nihai kararı vermede matematiğe olan ihtiyacı hissetme* ve ilgili *matematiği kullanabilme* kastedilmektedir.

Bildiklerin sana kalsın yapabildiklerini söyle!

Matematik okuryazarlığı, bireylerin çeşitli kapsam ve içeriklere yönelik olarak formülleştirebilme, **matematiği işe koşabilme ve yorumlayabilme** kapasiteleridir.

Matematik okuryazarlığı, bireylerin matematiğin dünyadaki rolünü fark etmelerine ve yapıcı, duyarlı ve yansıtıcı vatandaşların ihtiyaç duyduğu sağlam dayanakları olan yargı ve kararların verilmesinde yardımcı olur (OECD, 2013).

Bir konu?

Bir müfredat?

Bir öğrenme yaklaşımı?

Bir uygulama? (Sosyal ve/veya bilimsel bağlamlarda bir uygulama)

Sonuçta iki husus ortaya çıkıyor.

1. Program geliştirme ve matematik okuryazarlığının mevcut programa entegrasyonu
2. Programı uygulayacak öğretmeni yetiştirme

Matematik Okuryazarlığının Matematik Öğretim Programındaki Yeri

Matematik Dersi Öğretim Programı

MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN ÖZEL AMAÇLARI

1739 sayılı Millî Eğitim Temel Kanunu'nda belirlenmiş olan Genel Amaçlar ve Temel İlkeler doğrultusunda Matematik Dersi Öğretim Programı'nın ulaşmaya çalıştığı genel amaçlar şu şekilde sıralanabilir:

Öğrenci;

1. Matematiksel okuryazarlık becerilerini geliştirebilecek ve etkin bir şekilde kullanabilecektir.
2. Matematiksel kavramları anlayabilecek, bu kavramları günlük hayatta kullanabilecektir.
3. Problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecektir.
4. Matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminolojiyi ve dili doğru kullanabilecektir.
5. Matematiğin anlam ve dilini kullanarak insan ile nesneler arasındaki ilişkileri ve nesnelerin birbirleriyle ilişkilerini anlamlandırabilecektir.
6. Üstbilişsel bilgi ve becerilerini geliştirebilecek, kendi öğrenme süreçlerini bilinçli biçimde yönetebilecektir.
7. Tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin bir şekilde kullanabilecektir.
8. Kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilecektir.
9. Matematiği öğrenmede deneyimleriyle matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirerek matematiksel problemlere öz güvenli bir yaklaşım geliştirecektir.
10. Sistemli, dikkatli, sabırlı ve sorumlu olma özelliklerini geliştirebilecektir.
11. Araştırma yapma, bilgi üretme ve kullanma becerilerini geliştirebilecektir.
12. Matematiğin sanat ve estetikle ilişkisini fark edebilecektir.
13. Matematiğin insanlığın ortak bir değeri olduğunun bilincinde olarak matematiğe değer verecektir.

Sizce matematik dersi öğretim programında matematik okuryazarlık becerileri ne ölçüde yer alıyor?

Matematiksel Yeterlikler

Matematiksel okuryazarlık (matematiğin yetkin kullanımı) matematik yeterliklerde ustalaşmayı gerektirir.

1. Modelleme (Matematikleştirme)
2. Problem kurma ve çözme becerisi
3. Muhakeme etme

1. Temsil etme
2. İletişim
3. Formal, teknik dil ve işlemleri kullanma
4. Matematiksel araç ve gereçleri kullanma

1-Matematiksel Modelleme

Doğada hemen her şey, **kararlı davranmaktadır** ve bu kararlılık ancak **matematikte açıklanabilmektedir**. **Kısmi kararlı davranan olaylar, istatistikte açıklanabilir**. Bu anlayış, modellemeyi matematiğin temel işlevi olarak göstermektedir. Kararlı davranmak ile olayın ve nesnenin her durumda aynı kalması kastedilmektedir.

- Düşen bir cismin aldığı yol, yerçekimi ivmesi ve zamana bağlı olarak $y = \frac{1}{2}gt^2$ şeklinde ifade edilir.
- Bir zar n defa atıldığında bir yüzünün beklenen gelme sayısı: $s=n/6$ dır.
- İki vize ve bir final sınavından oluşan ders başarı notu,

$$F = 0,5 \left(\frac{V_1+V_2}{2} \right) + 0,5F \text{ şeklinde tanımlanabilir.}$$

2-Problem Kurma ve Çözme

- Problem çözme, matematiğin kalbidir.
- Problemler gerçek veya sözel olma durumlarına göre, rutin olma ve olmama durumuna göre sınıflanabilir. Bu sınıflama aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Problem Türü	Rutin (Sıradan)	Rutin olmayan (Sıradışı)
Sözel	(2) Boya	(3) Maraton
Gerçek	(1) Milletvekili	(4) Telefon

3-Akıl Yürütme (Argümantasyon)

Akıl yürütme, bir konuda gerekçeye dayanarak düşünce üretme ve açıklama demektir. **Kanıtlama**, muhakeme sonucunda bir durumun doğruluğuna ya da yanlışlığına ikna etme demektir. Söylenen bir düşüncenin dayandırıldığı gerekçeye **argüman** da denir. Her matematik probleminin çözümü arkasında doğası gereği bir matematiksel mantık vardır. Çözümün savunulması bu mantık sınavına düşünce açıklamak suretiyle yapılır.

- **Nicel verilerin büyüklüğü:** Bir nicel veri çıplak olarak ne büyük ne küçüktür. Büyüklük verinin, benzer bir veri ile karşılaştırıldığında ortaya çıkar. “6 yüksek bir nottur.” Cümlesi 6 notunun alındığı bir sınıfta 6 dışında 5’ten büyük bir not yok ise yüksek, sınıfın notları 5 ile 10 arasında değişiyor ise düşük bir nottur. Bu örneğin de ortaya koyduğu gibi bir yargı karşılaştırmaya dayandığında inandırıcı olur.

- **Oransal artışların farkında olma:** Oransal artışlar, alan ve hacimde doğrusal artışa göre farklı sonuçlar üretir. Örneğin, bir karenin kenarları iki katına çıkar ise alanı 4 katına, bir küpün kenarları iki katına çıkar ise, hacmi 8 katına çıkar. Bunlar, dikkatten kaçır ise hatalı kararlar verilebilir.
- **Basitleştirme:** Eğer bir problem karmaşık geliyor ise, değişkenlerden birini göz ardı etmek (sabit tutmak) işi kolaylaştırabilir.
- **Yuvarlamadan yararlanma:** Bazı problem çözümlerinde yuvarlama, ispat gerekçesini savunmak için esaslı bir hizmet üretir. Yazılı hesabı kontrol etmeye zihinsel hesabı kolaylaştırmaya yarar.

Matematik bir düşünme ve tartışma meselesidir.

4- Temsille Gösterme

- Matematiksel yeterlik olarak temsil karmaşık bir durumu açıklığa kavuşturmak, anlamada derinlik sağlamak amacıyla sözel ifade edilen problemi, **başka bir formatta göstermeye** denmektedir.
- Temsil yeterliği problem çözmedeki süreçlerin (modelleme, uygulama, yorumlama-değerlendirme) içinde de aktive olur.
- Formal teknik dil ve sembolleri başarılı kullanma yeterliğinin temsil yeterliğine ihtiyacı yok, temsilin bu yeterliğe ihtiyacı vardır. Formal teknik dil ve sembolleri iyi kullananlar daha nitelikli temsiller oluşturabilirler.

5- İletişim (Matematikte, Matematik hakkında ve Matematikle İletişim)

- Matematikte iletişim başkalarının yazdığı matematik içerikli metinleri anlamadır.
- Matematik hakkında iletişim matematik üzerine konuşurken matematiği kullanmadır. “Küme kavramının bir matematik konusu olması uzun zaman almıştır” örneğindeki gibi.
- Matematikle iletişim matematiği bir anlatımı güçlendirmek için kullanma kapsamındaki eylemleri kapsar. Ölçü birimleriyle konuşma bunun en bariz örneğidir. “*1 metreküp hacmindeki küpü iki katına çıkarmak için ölçülerden yararlanma imkanı yoktur*” örneğindeki gibi. “*Sizde okuryazarlık sorusu yazma becerileri gelişti. Durumunuz bir parabolik hareketi düşündürüyor, sanki $x=2$ noktasındasınız. Gelecek vaat ediyorsunuz.*” Cümlelerinde matematiğin anlamı derinleştirmek için güçlü bir kullanımı var.

6-Formal, Teknik Dil ve İşlemleri Kullanma

- Matematiğin kendine has dili, işaretleri ve bunların formal bir kullanım kuralları vardır.

Örneğin;

- Üçgende köşelerin büyük harfler (A, B, C ile kenarların küçük harflerle gösterilmesi (a, b, c); yardımcı elemanların indisli yazılması (h_a , n_A , V_a), alanın $A = \frac{a \cdot h_a}{2}$, çevrenin $\text{Ç} = a + b + c$ şeklinde ifade edilmesi gibi.
- Cebirsel ifadelerin yazılmasında katsayıların alfabenin ilk harfleri, bilinmeyenlerin son harfleri ile gösterme ($ax^2 + bx + c = 0$), üçgenin varlığı için $a + b > c > a - b$ yazılması gibi.

- Formal kullanıma sıra gelince, bir parçalı fonksiyonun gösterim şekli üzerinde şöyle açıklanabilir. Bir parçalı fonksiyonun

Örneğin $y = f(x) = |x|$ için $f(x) = \begin{cases} x \geq 0, & \text{için} & x \\ x < 0, & \text{için} & -x \end{cases}$ tir.

Şeklinde olabilir. Yazılı metinlerde parçalı fonksiyonun yazılım şekli

$f(x) = \begin{cases} x & : & x \geq 0 \\ -x & : & x < 0 \end{cases}$ biçimindedir.

7- Matematiksel Araç ve Gereçleri Kullanma

- Matematik çalışmaları bir takım araç-gereç kullanımını akla getirir.
- Pergel, cetvel, gönye, bunların yanı sıra hesap makinası, bilgisayar, terazi, düzgün cisimlerin modelleri (silindir, koni, küp, vs.) ve bunların düşündürdüğü benzer araçlar da matematik çalışmaları besleyen araçlardır.
- Bilgisayar, matematik yazılımları.
- Birim çember, eşkenar üçgen, sayı doğrusu, Gauss toplamı, taslak üçgen çizimi.

Yeni Bir Öğretim Modeli İhtiyaç Mıdır?

Matematik okuryazarlığının öğretime entegrasyonu için

Öne çıkan kavramlar;

0. Öğretmen nitelikleri

1. Etkinlik kavramı

2. Matematiksel yeterlikler

3. Matematik okuryazarlığı soruları

4. Yarar amaçlı uygulamalar

Öğretimin Yeniden Düzenlenmesi

Geleneksel Durum

- Çok soru çözme vs...

Yapılandırmacı Öğrenme

- Piaget'in zihinsel gelişim kuramını temel alan yapısalıcı öğrenme kuramı günümüzde diğer öğrenme alanlarında olduğu gibi matematik öğretimi alanında da geniş kabul görmektedir.
- Yapılandırmacılık (Constructivism) bilginin nasıl oluştuğu, insanın bilgiyi nasıl elde ettiği ile ilgili bir kuramdır ve konusu, bilginin doğası ve elde ediliş şekli ile ilgilidir.
- **Bu kuramın temelinde**, bilginin dış dünyada bireyden bağımsız olarak var olmadığı ve bireyin zihnine aktarılmadığı, bunun aksine birey tarafından zihinde yapılandırıldığı düşüncesi vardır.

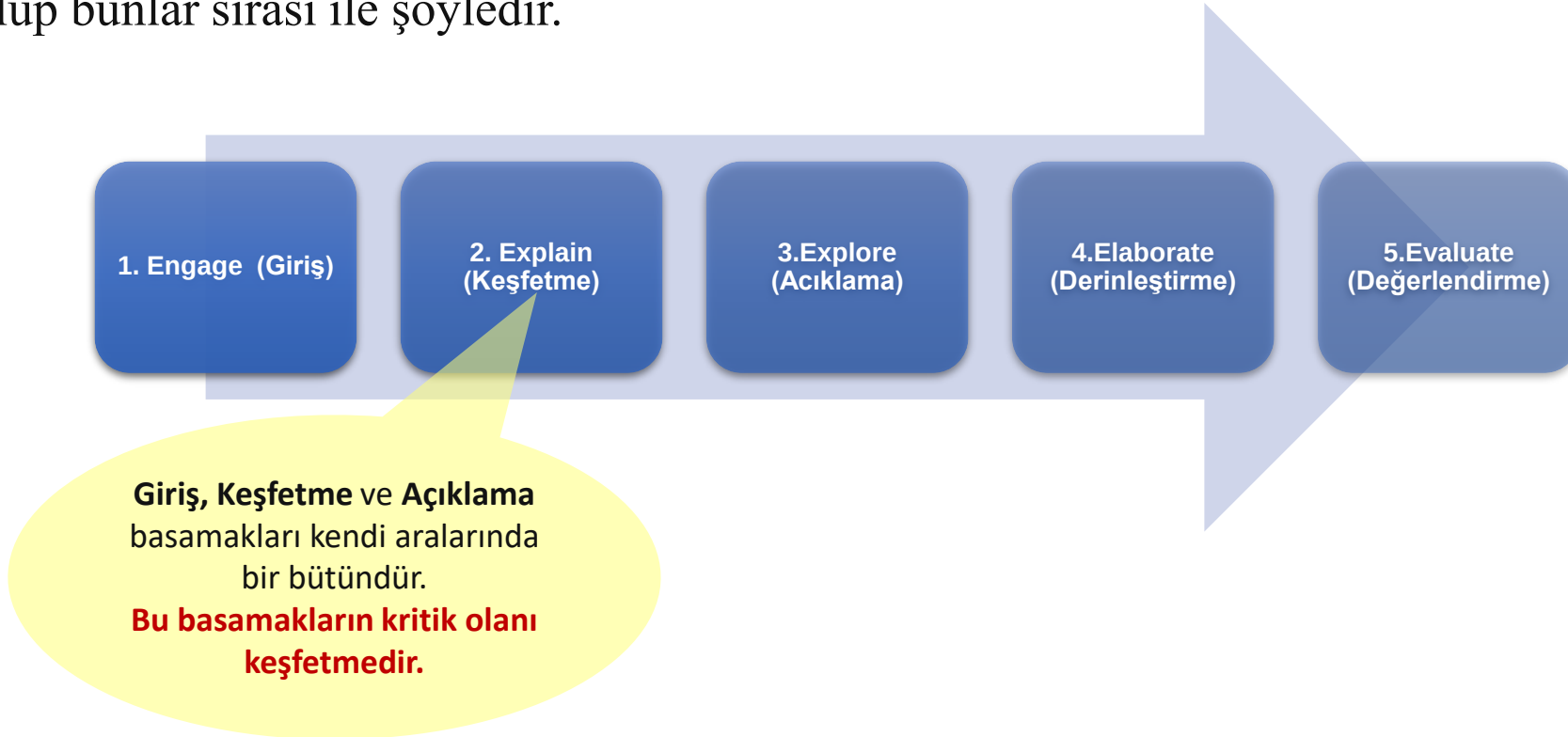
- Yapılandırmacı öğretim bireyin bilgiyi kendisinin oluşturabileceği savına bağlı olarak;

Öğrencinin hedeflenen bilgi ve becerileri, kendisinin sahiplik ettiği, bizzat sorumluluk aldığı öğrenme etkinlikleri ile kazanmasını hedefler.

- Yani bilgi öğrenci tarafından oluşturulmalıdır/yapılandırılmalıdır. ,
- Matematik konuları buna uygundur, tüm matematik kavram ve beceriler öğrencilerin yapılandırabileceği türdendir.

5E Modeli

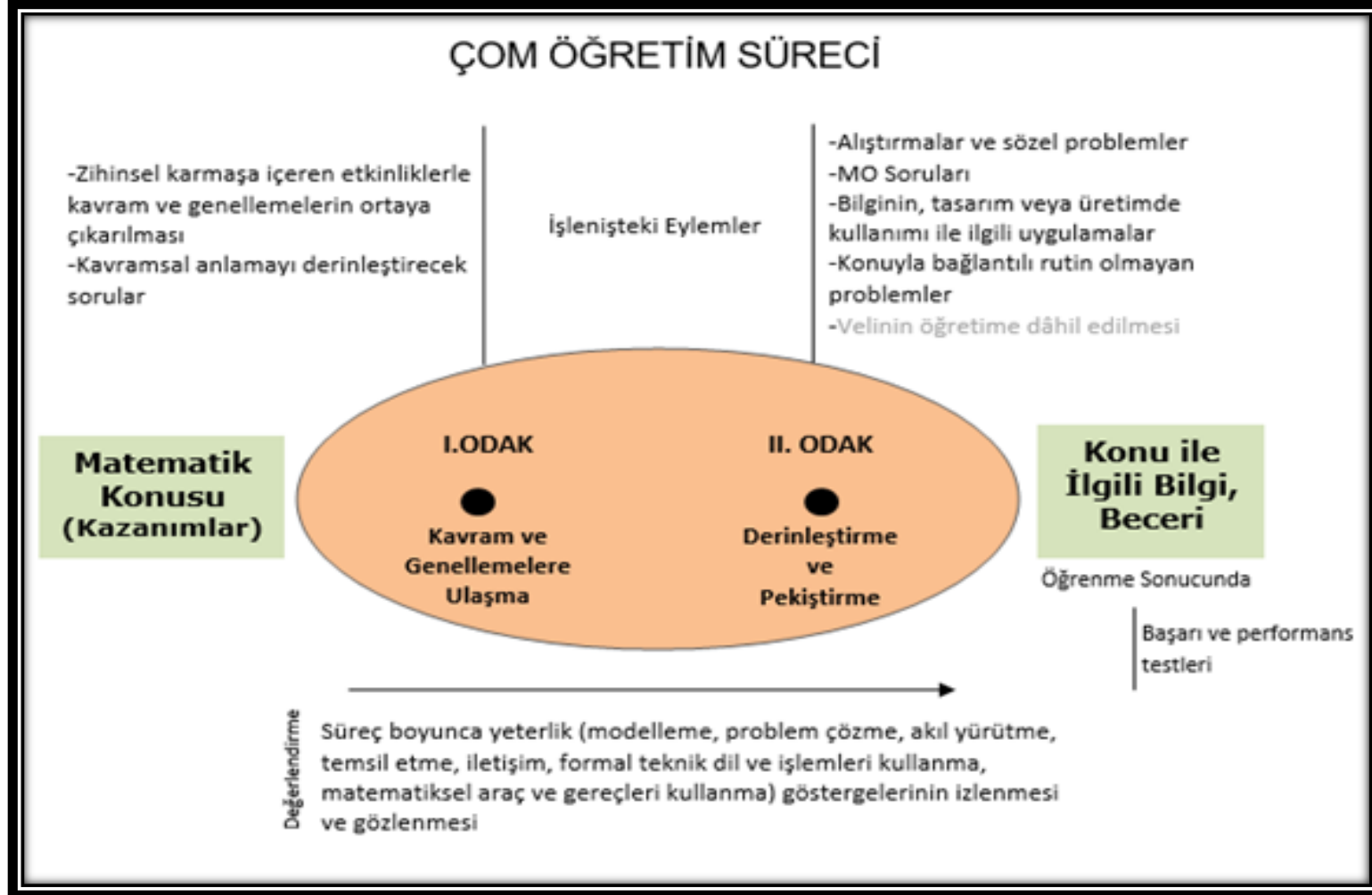
- Yapılandırmacı Öğrenme Kuramının öğretimde uygulanması ile ilgili modellerden en çok bileneni olan 5E öğretim modelidir (Bybee, 1997).
- Aşağıda tartışılan 5-E modelinin adı, dersin aşamalarındaki beş adımın ilk harflerinden ileri geliyor olup bunlar sırası ile şöyledir.



ÇİFT ODAKLI ÖĞRETİM MODELİ

- Yapılandırmacı Öğrenme ve Realistik Matematik Eğitimi kuramlarına dayanan bilginin keşfedilmesi ve derinleştirilmesini odak olarak belirleyen bir modeldir.
- Her iki odakta yapılacak öğretim çalışmaları özeldir. Birinci odakta realistik matematik eğitimi ağırlıklı etkinlikler ve kavramsal anlamamanın derinleştirilmesi, ikinci odakta ağırlıklı kuramsal yaklaşım yapılandırmacı öğrenme olup, alıştırmalar, pekiştirici etkinlikler, matematik okuryazarlığı soruları ve yarar amaçlı uygulamalar yer almaktadır.

ÇİFT ODAKLI ÖĞRETİM MODELİ



Çift Odaklı Öğretim Modelinde Ders Akışı

1) Bilginin (kavram ve genelleme) Kazandırılması

- Bilginin etkinlik (tercihen **zihinsel karmaşa içeren etkinlik**) üzerinden kazandırılması
- Kavramsal anlamayı derinleştirecek sorular

2) Kazandırılmış bilginin pekiştirilmesi

- Alıştırmalar
- Matematik okuryazarlığı soruları
- Yarar amaçlı uygulamalar
- Rutin olmayan sorular(konu ile ilgili)

Etkinliğin Özellikleri?

- Matematik derslerinde kullanılan etkinlik, ardı sıra yapılan bir eylemler bütününden farklıdır.
- Etkinliklerin tasarlanmasında aşağıdaki dört özelliğin olması gerekir. Bunlar;
 1. Öğrenme etkinliği **öğrencinin sahiplik edebileceği** bir çalışma değildir,
 2. Öğrenci öğrenme sırasında arkadaşları ve öğretmeni ile konu üzerinde tartışabilmelidir,
 3. Öğrenci ne yaptığını açıklayabilmelidir,
 4. Öğrenme olayı **zihinsel bir karmaşayı** ortadan kaldırabilecek bir nitelikte olmalıdır.

- Bunlardan özellikle birinci ve dördüncü çok önemlidir. Bu iki özelliğin sağlanması halinde, ikinci ve üçüncü özelliklerin süreç içinde kendiliğinden gerçekleşmesi beklenir.
- Bu iki özellikten, “öğrencinin etkinliğe sahiplik edebilmesi” için etkinliğin, öğrenci açısından kıymeti olan bir içeriğe sahip olması, “**zihinsel bir karmaşanın**” varlığı için de cevaplanan sorunun sonucu hakkında **farklı öngörülerin** olması gerekir.
- Bu iki nitelik, etkinliği istekle tartışılan, sonucu merak edilen bir çalışma haline getirir.

1

Uygulama 8: En İyi Tahmin (Mutlak Değer)

- Vuslat, Büşra ve Yaren kefeli terazi ile oynarken aralarında kimin en doğru tahmin yapacağı konusunda bahse giriyorlar. Karar verebilmek için daha önce ağırlıklarını bilmedikleri üç eşyayı ellerine alarak ağırlıklarını tahminde bulunuyorlar. Vuslat, Büşra ve Yaren'in tahminleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Katılımcılar	Silgi	Zimba	Telefon
Vuslat	170	350	220
Büşra	190	220	240
Yaren	150	240	180



Ölçümler sonucunda eşyaların gerçek ağırlıkları sırasıyla 200 gr, 250 gr ve 200 gr çekiyor.

En İyi Tahmin 1. En doğru tahmini kimin yaptığını bulmak için sapma(şaşma) miktarlarının mutlak değerleri toplamını esas alan bir yöntem üretiniz. Bu yönteminize göre, en iyi tahmin edicinin kim olduğunu belirleyiniz.

En İyi Tahmin 2. Sapma miktarları toplamının aynı olması halinde kimin daha iyi tahmin yaptığını belirlemek için nasıl bir yol izlersiniz. Matematiksel bir gerekçe ortaya koyunuz (Sapma miktarlarının kareleri işinize yarayabilir.)

Uygulama 10: Karalar Ve Denizler (DeneySEL Olasılık)

Materyal: Üzeri dünya haritası kaplı top

Yer küre üzerinde denizlerin ve karaların payları hakkında değişik bilgiler vardır. Günümüzde uydu fotoğrafları ile daha sağlıklı sonuçlara ulaşılmıştır. Bilinen sonuç yaklaşık %29'unun kara, %71'inin deniz olduğudur.



- Şimdi plastik topu iki kişi arasında birbirine atıp tutmak suretiyle aynı sonuca ulaşabilir misiniz? Atıp tutuma sonunda sağ başparmağınız karada ise kara, denizde ise deniz işaretleyiniz.
- 100 atış sonunda bulduğumuz sonucu açıklayınız. Bulduğunuz sonucu başka grupların çalışmasından elde edilen sonuçlarla birleştiriniz.
- 500 atış için nasıl bir sonuç doğmaktadır.
- Yaptığımız işlemi “deney” olarak tanımlayalım. Deney yapma, sonucu bilinmeyen bazı olaylar için bir çare midir? Deney sayısı çoğaldıkça kuramsal sonuçlara daha yakın sonuçlar elde edilir diyebilir miyiz?
- Güney yarım küredeki denizlerin, karaların Güney yarım küreye oranını bulmak için bir öneriniz olur mu? (Aynı plastik topla yapılan deneylerde kuzey yarım küreyi tutmakla sonuçlanan atışları göz ardı edip sadece güneyde kalanları saymak bir çare olur mu?).

İkinci Odak için Örnek Etkinlikler

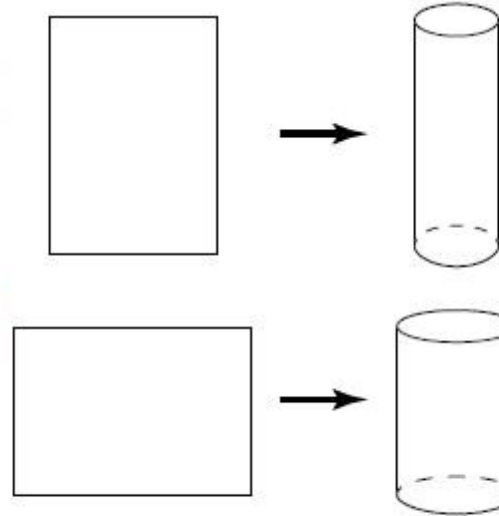
1

Silindirin Hacmi

Materyal: A4, bant, pirinç

İşlemler: Bir A4 kağıdı önce uzun kenarı, sonra kısa kenarı üzerine katlanarak bantlanıp, şekildeki silindirler yapılıyor. Diyelim ki kağıdın boyutları 18x30 cm 'dir.

Her iki silindir dolusu pirinç aynı fiyat ile satışa çıkarılır ise pirinci, hangi silindir ile satın almak istersiniz?



2

Öğrenci Tartışmaları:

Sonuç: Burada öğrencilerin bir kısmı I, bir kısmı II, bir kısmı fark etmez diyebilir. Zihinsel karmaşa diye beklentilerdeki bu farklılığa denir. Gerçek sonucu denemek suretiyle bulmak, sonra matematiksel bir hacim hesabı yapmak gerekir.

Bu çalışma silindirin hacminin öğretiminde derinleştirme basamağı için uygundur.

I. Silindir için $\pi=3$ alınacak olursa;

$$\Ç=2\pi r=18 \rightarrow r=3$$

$$V=\pi r^2 h \rightarrow V=3.9.30=810 \text{ cm}^3$$

II. Silindir için;

$$\Ç=2\pi r=30 \rightarrow r=5$$

$$V=\pi r^2 h \rightarrow V=3.25.18=$$

$$1350 \text{ cm}^3$$

İkincinin hacmi daha büyüktür.

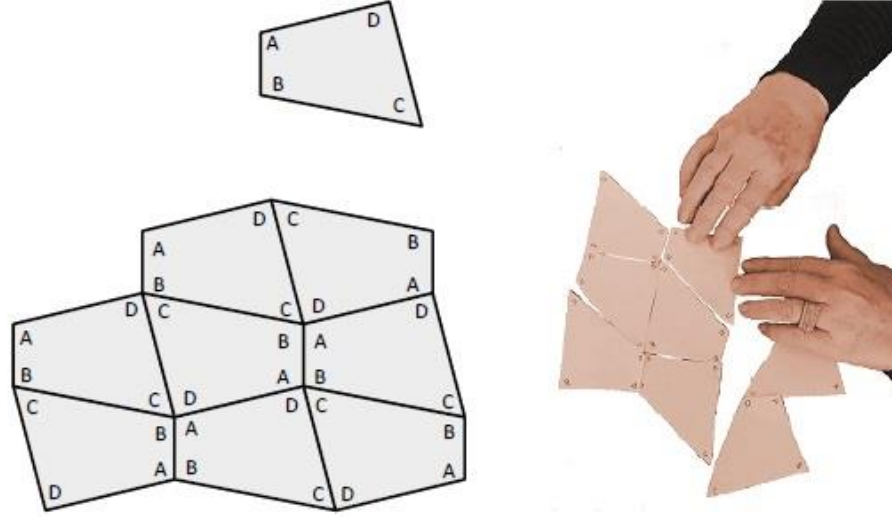


Uygulama 6: Düzlem Kaplama (Açılar)

Materyal: Renkli kâğıtlar, makas, cetvel

Bir düzlemi rastgele dörtgenlerle de örtmek mümkündür.

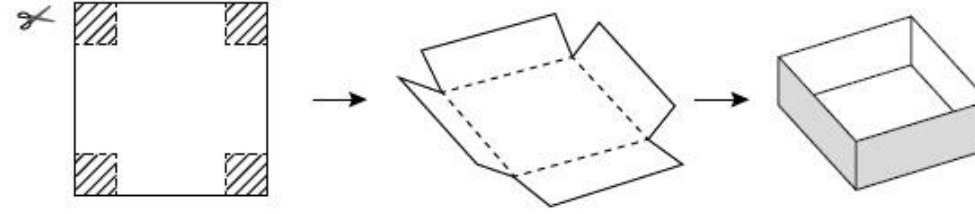
- Bir renkli kâğıda rastgele bir dörtgen çiziniz. Makasınızın kesebileceği kadar farklı renklerdeki kâğıtları üst üste koyunuz ve dörtgenin kenarlarını izleyerek kesiniz. Şimdi elinizde farklı renklerde birbirinin aynı dörtgenleriniz oldu.
- Bu parçaları bir A4 dosya kâğıdı üzerine kâğıt (düzlem) parçalarının aralarında boşluk kalmayacak şekilde yapıştırınız.



- Farklı dörtgenlerin A, B, C, D açılarının bir köşede komşu olduklarını fark edebildiniz mi? Örtmenin gerçekleşmesi için yapıştırma neye dikkat etmek gerekiyor?
- Yapıştırma sırasında bir noktada toplanan açıların (A, B, C, D) 360° olmasına dikkat etmişsinizdir. Bu yöntem düzlem kaplamada daima geçerlidir. Neden?

5

20 Üstü Açık Kutu



Bir kenarı 12 cm olan kare şeklindeki bir kağıdın köşelerinden kare şeklinde taralı bölgeler kesilip çıkarılıyor. Kalan kısımlar katlanarak üstü açık kutu meydana getiriliyor. Kutunun hacmi merak ediliyor.

Meydana gelecek kutunun hacmi ile ilgili aşağıda verilen ifadelerden hangisi doğrudur?

- A) 4 cm kesildiğinde en büyük hacimli kutu meydana gelir.
- B) 2 cm kesildiğinde en büyük hacimli kutu meydana gelir.
- C) 1 cm kesildiğinde en büyük hacimli kutu meydana gelir.
- D) Kesilen miktar ne olursa olsun kutunun hacmi aynı kalır.

MATEMATİK OKURYAZARLIĞI SORUSU YAZMADA REFERANSLAR

1. Soruların dili
2. Matematiği karar almada kullanma
3. Matematiği tasarım ve üretimde kullanma
4. Matematiği yaşanan çevreyi ve hayatı anlamada kullanma
5. Matematiği bilimsel gelişmelerde kullanma (matematiğin kendisi ya da farklı bir bilimde)

1. Dil İle İlgili Hususlar

- MO sorusu yazmada öğrencinin düzeyi göz önüne alınarak uzun ve karmaşık cümlelerden kaçınılmalıdır.
- Anlaşılmayı kolaylaştırmak için cümle yapısında aktif anlatım tercih edilmelidir.
 - “Satın alınan iki kitap.....” **yerine** “İki kitap satın alınıyor.....”,
 - “Aralarında 46 km mesafe bulunan iki yerleşim alanı.....” **yerine** “İki yerleşim alanı arasında 46 km mesafe bulunuyor.” örneklerinde olduğu gibi.
- Soru bağlamları gereksiz bilgilerle ve abartılı cümlelerle şişirilmemelidir.

Ali ve Ceylan hediyeelik iki kestane şekeri almak üzere bir mağazaya uğrarlar. Farklı büyüklükteki iki kestane şekeri paketinden birinin fiyatı 24, diğerrinin 40 lira olduğunu öğrenirler. Paketlerin yanı başında, “Bir büyük boy alana küçük boy hediye” yazısını görürler ve 40 lira ödeyip büyük boy kestaneyi ve yanında hediye olarak küçük boy olanı alıp parasını aralarında paylaşmayı kararlaştırırlar. Böylece daha karlı olacaklarını düşünürler.

- a) Düşüncelerinde haklı mıdırılar? Gerçekten karlı çıkarlar mı? Düşüncenizi açıklayınız.
- b) 40 lira ödemeyi aralarında nasıl paylaşırlarsa adil bir paylaşım olur?

- Bu örnekte olduğu gibi konuya girişte kısa bir uyaran cümle yeterlidir.
- Bu olay Ali ve Leyla’nın bir yolculuk sırasında akşam yemeğı için uğradıkları bir dinlenme tesisinde gerçekleşmiş olabilir. Ne var ki soruya bu hikâyeyi katmanın veya kestane şekerinin nasıl yapıldığı bilgisini eklemenin bir gereğı yoktur.

1. İndirim

*Bir mağazanın vitrininde tüm mallara ödeme sırasında %30 indirim uygulanmaktadır. İndirim afişini gören Serenay Hanım bu mağazadan fiyatı 24 ve 38 lira olan iki tişört satın alıyor. **Bu iki malın alımına yapılan toplam ödeme aşağıdakilerden hangisidir?***

- A) 54 TL B) 52.60 TL C) 43.40 TL D) 18.60 TL

- Bu soru **gelenekseldir** ve bir matematik kitabında olması doğaldır.
- “Ödeme sırasında zaten hesaplanmıştır. Toplam **ödemeyi niçin hesaplayalım?**” şeklinde bir karşı çıkış yaptığımızı varsayalım. Buna bağlı olarak hesaplamayı gerektirerek bir durum bulabiliriz.

Şöyle bir değişiklik yaptığımızı düşünelim...

“...Serenay Hanım, eve gelince satış fişini kontrol ediyor ve kasada 56.50TL ödediğini görüyor. Hatalı işlem yapılmış olduğunu düşünüyor. Gerçekten hatalı bir işlem var mıdır?”

- Bu durum gerçekten güncel hayatta karşılaştığımız bir durumdur ve yeniden hesaplanmaktan başka çaresi yoktur. Başka haklı nedenlerimiz ve onlara bağlı iddialarımız da olabilir.
- **Problemin çözümü için** her iki malın fiyatına, %30 indirim uygulanır ise 43.40TL olur. Bu durumda “56.50 TL” olarak yaptığı ödemenin hatalı olduğunu ortaya çıkarır.

2. Su Deposu

**“Bir depoyu iki çeşmeden biri 8, diğeri 12 saatte doldurabilmektedir.
İkisi birlikte kaç saatte doldurur?”**

“Deponun kaç saatte dolacağını
niçin hesaplayalım ki!” şeklinde
bir karşı çıkış yaptığımızı
varsayalım.

Şöyle bir bağlama ulaşabiliriz...

Nesrin Hanım saat 13:00 radyo haberlerinde, aynı gün saat 17:00 itibariyle üç gün süreyle su kesintisi yapılacağını öğreniyor. Evin su deposu boştur. Deponun iki çeşmeden beslenmekte olduğunu ve önceki tecrübelerinden birinin 12, diğerinin 8 saatte depoyu doldurduğu bilgisine sahiptir. Nesrin Hanım'ın depoyu doldurmak için yeterli zamanı var mıdır?

- Problem bu şekilde ifade edildiğinde, problemle karşılaşan kişi, doğrudan istenmediği halde iki çeşmenin depoyu ne kadar sürede dolduracağını hesaplama ihtiyacı duyar.

3. Kayak Pisti

*Uzunluğu 600 m olan bir kayak pistinde 2 nin tek kuvvetlerine rastlayan noktalara birer çubuk dikiliyor. Yarışmacılar yıktıkları ilk çubukta diskalifiye oluyorlar. Geçtikleri en son çubuğun başlangıca uzaklığı kadar puan alıyorlar. Kaymaya başlayan altı kayakçıdan ilk dördü sırayla 3., 5. ve 6. çubuğu deviriyor diğer ikisi yarışmayı tamamlıyor. **Bu yarıştan toplam kaç puan alınır?***

“Bu soruya “Toplam puanı niçin hesaplayalım?” şeklinde bir karşı çıkış yaptığımızı varsayalım.

Hesaplamayı ihtiyaç haline getirmek için problem metninde aşağıdaki gibi bir değişiklik yapılabilir...

«Bir kayak turnuvasında finale kalan Bulut ve Şimşek takımları altın madalya için yarışıyor. Uzunluğu 600 m olan kayak pistinde 2'nin tek sayı kuvvetlerine birer çubuk yerleştiriyor. Yarışmacılar yıktıkları ilk çubukta diskalifiye oluyorlar. Geçtikleri en son çubuğun başlangıca uzaklığı kadar puan alıyorlar. Şimşek takımının 3 yarışmacısından biri 3. diğeri 4. çubuğu devirerek yarışma dışı kalıyor. Bir yarışmacısı yarışı tamamlıyor. Bulut takımının 3 yarışmacısından biri 2. çubuğu, diğeri ise 4. çubuğu devirerek yarışma dışı kalıyor ve diğer yarışmacı yarışmayı tamamlıyor.

Madalya hangi takıma verilmelidir?»

Bu açıklamalardan her okuryazarlık sorusunun bir ihtiyaç fiili ile biteceği anlaşılmamalıdır.

Soru bağlamının yaşamsal olması, öğrenci zihninde yaşamdan bir olaya karşı geleceğinin anlaşılması, okuryazarlık sorusu olması için yeterlidir.



2. Matematiği Karar Almada Kullanma

1. Sanitra ortaokullarında öğrenci ders başarı notları iki yazılı bir sözlü sınav notu kullanılarak hesaplanması isteniyor. Bu üç sınavın başarı notunu belirlemedeki paylarını belirleyiniz ve herkesin kullanabileceği bir formül üretiniz.
2. Bir işyeri, çalışanlarına ayda 500 ila 1000 lira arasında eğitim öğretim yardımı yapmak istiyor. Çocuk sayısını da kullanarak yardım miktarını belirleyen bir formül yazınız.
3. Üçgen inşaat firması için üçgen içerikli bir logo tasarlayınız. Kullanacağınız üçgenlerin açı veya kenarların uzunlukları bakımından belli özellikleri olmalıdır.
4. Üç kentin nüfuslarını karşılaştırmak için bir görsel hazırlayınız. Niye öyle hazırladığınızı, hazırlamada hangi ilkeleri kullandığınızı açıklayınız.
5. Sınıf duvarındaki boş alanı değerlendirmek için geometrik şekillerden oluşan bir pano (çizim) tasarlayınız.

6. Bir kurum yönetimi çalışanlarına maaşlarına ek olarak çocuk yardımı adı altında para yardımı yapmayı planlıyor. Ödeme miktarı Y , çocuk sayısı Ç olmak üzere yardım miktarı $Y = 300 \cdot \text{Ç} + 500$ lira ile hesaplanıyor. Bu yardım miktarında çocuk sayısı arttıkça çocuk başına düşen yardım miktarının azalmasını sağlayacak şekilde değişiklik yapılması isteniyor. Bu isteğe uygun öneri geliştiriniz ve önerinizin geçerli olduğunu kanıtlayınız.
7. Sanitra adında bir ülkede taksi ücretleri (ü), gidilen yol (l) ve yolda geçen süre olmak üzere $Y = 3t + 5l$ ile hesaplanıyor. Burada 1 km cinsinden t dakika cinsinden bir değerdir. Taksiciler trafiğin sıkışık olduğunu yolda çok zaman kaybettiklerini ileri sürerek ücret hesabında yolda geçen sürenin gidilen yola göre daha fazla etkili olmasını istiyorlar. Ücret hesabında bu amaca yönelik bir değişiklik öneriniz ve önerinizin geçerliğini kanıtlayınız.

8. Bir ayakkabı firması ürettiği ayakkabıları 180 TL taban fiyat koyuyor. Ayakkabı numaraları 36 ile 46 arasında değişmektedir. Her numara için 10 liradan az olmamak üzere ve en pahalı ayakkabı fiyatı 300 TL yi geçmeyecek şekilde fiyat üreten bir satış fiyatı formülü öneriniz.
9. Sanitra Belediyesi Meclisinin kararına göre firmalar ekmek fiyatını $F = 15x + 20$ kuruştan satmak zorundadır. (x gram, F kuruş cinsinden değerdir.) Firmalar bu fiyatın yeterli düzeyde kazanç sağlamadığını ileri sürerek zam yapılmasını istiyorlar. Belediye meclisi mevcut fiyatın %20 sini geçmemek üzere zam yapılmasını kabul ediyor. Formülde amaca uygun bir değişiklik yapınız.

3. Matematiği tasarım ve üretimde kullanma

Örneğin şifre oluşturma veya kod yazma hem bir tasarım hem de üretim olayıdır.

Örnek; Öğrenci mevcudu 700 civarında olan bir okulun öğrencilerine numara verilecektir.

Oysa ki numara öğrencinin doğum tarihini, cinsiyetini, sınıfını belirtmeli ve okula kayıt sırasını içermelidir.

- Kaç haneli bir numara gerek
- Aşağıdaki kod bir kız öğrenciye aittir. Bu öğrenci kaçınıcı sınıf öğrencisidir?



- Kodlu öğrenci kaç yaşındadır? Bunu nerden anlıyorsunuz?

4. Matematiği çevreyi ve yaşanan hayatı anlamada kullanma

- Her insanın yaşam akışı aynı değildir.
- Bir matematikçinin karşılaştığı durumlar, bir edebiyatçıdan, bir kadının karşılaşacağı durumlar erkekten farklıdır.
- Bazen bir alışveriş merkezinde dolaşırken, bazen bir istasyondan yakıt alırken, bazen TV de bir programı izlerken bir soru akla gelebilir. Aşağıda sıralanan durumlar bu kapsamda ele alınabilir

Örneğin;

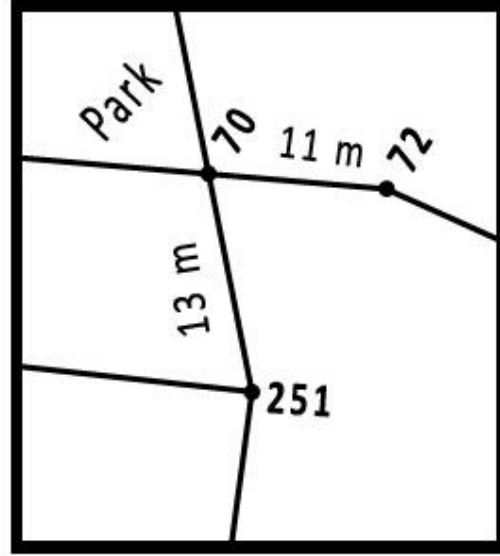
1. Sosyal olaylardaki karmaşanın açıklanması ve karmaşaya matematiksel temelleri olan gerekçelere dayanarak açıklık getirme (Alınan oylara göre milletvekillerinin partilere dağılımı, Not dönüşümü, Bir paylaşmanın adil olup olmadığı, Asgari ücretin hesaplanma şekli vs. gibi) Bu tür karmaşa kurum, kurum-birey, birey-birey arasındaki ilişkileri düzenlemede ortaya çıkar.
2. Hayatın olağan akışı içinde karşılaşılan modeller, şekiller, grafikler, afişler, tabloları anlama ve onlardan anlam çıkarma (Bir bebeğin gelişimini çizgi grafikten anlama, karayolları mesafe cetvelinden anlam çıkarma, zamanı planlama vs. gibi)
3. Bir veya daha çok sınırlılıkları olan durumlarda en uygun seçimi yapma (Kredi alma, otomobil satın alma, içme suyu giderini hesaplama vs. gibi)

4. Doğal olayların matematik desteklerle açıklanması (Spor yaparken kalp atış hızı, Krokisi verilen bir parkın kayıp köşesinin işaretlenmesi, Obezite, Tansiyon vs. gibi olayların açıklanmasını konu edinen problemler)
5. Matematik bilginin üretilmesine dönük çalışmalar (Fibonacci Dizisi, Gauss Toplamı vs. gibi)
6. Tarih boyunca varlığını sürdüren sorular. Bu problemler muhakeme etme ve argüman oluşturma becerileri geliştirmek üzere özellikle okullaşmanın olmadığı dönemlerde üretilmiş ve hala yaşayan sorulardır. Yaşamla doğrudan ilgileri olmamakla birlikte gerçek yaşamdaki olabilecek olayların birer modeli olmaları yönüyle “düşünmeyi geliştirme” ihtiyacını karşılarlar. (Kurt-kuzu-ot problem vs. gibi)
7. Tarihsel olayları açıklamada matematikten yararlanma (Hicri takvimi miladi takvime dönüştürme vs. gibi)

8. Matematikten yararlanılarak yapılan kompozisyon ve eserleri anlama ve üretme (geometrik desen, logo, fraktal, kumaş desenleri vs. gibi)
9. Matematiksel ifadeler içeren metin, sembol, deyimleri anlama ve anlamlandırma (Şifre çözme, Şifre kurma vs. gibi)
10. Bir veri grubunu anlaşılır hale getirme amaçlı çizimler, grafikler (Verilerin özetlenmesi ve grafiklerle gösterme vs. gibi)
11. Bunların dışında yaşanmış veya yaşanabilir olması mümkün olan her durum MO sorusu için bir kaynaktır.

Çoğu okuryazarlık sorusu matematik ile yaşam arasındaki kopukluğu gidermenin yanı sıra örtük bilgi içerirler. Kan dolaşımını konu edinen bir sorunun, dakikada ortalama nabız sayısının 72 olduğu bilgisini içermesi gibi.

Arazinin Kayıp Köşesi



Tapu Kadastro Müdürlükleri, kamuya veya özel kişilere ait arazilerin planlarını şekildeki gibi oluşturur ve saklarlar. Şakir Bey, 400 TL ödeyerek şekilde görülen arazinin köşe noktalarına birer demir kazık çakıtıyor. Şekildeki planda 70, 72 ve 251 sayıları arazi köşe numaraları, çizgilerin üzerindeki

11 ve 13 ise, iki köşe arasındaki mesafenin m cinsinden ölçüleridir. Bir satış işlemi sırasında 70 numaralı köşedeki demir kazığın kaybolduğu görülüyor. Yeniden ölçüm yaptırılabilir ama

bunun maddi bir bedeli vardır. **Matematik becerilerinize dayanarak 70 numaradaki kazığın doğru yerini bulup işaretleyebilir misiniz?**



5. Matematiği bilimsel gelişmelerde kullanma (Matematiğin kendisi ya da farklı bir bilimde)

Uygulama : Arada Kesir Yazma

a, b, c, d tamsayılar $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ise gösteriniz ki $\frac{a+c}{b+d}$ bu iki kesrin arasında bir kesirdir. Arada kesir yazma için bu yöntemin doğruluğunu gösteriniz.

Rutin Olmayan Problemler

a. Dört Savaşçı

Dört savaşçı gece karanlığında dar bir köprüyü geçmek zorundadır ve ellerinde sadece bir fener bulunmaktadır. Savaşçılardan;

- biri köprüyü 10 dakikada,
- biri 5 dakikada,
- biri 2 dakikada ve
- biri 1 dakikada geçebilecek güçtedir.

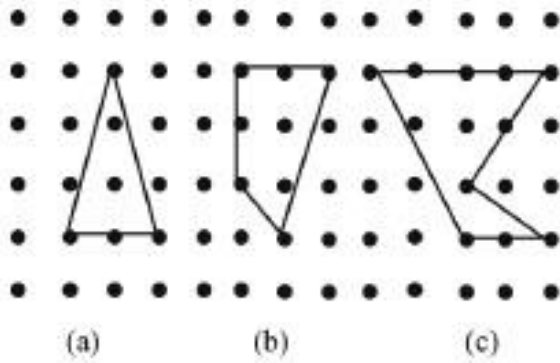
Köprüden en çok 2 kişi geçebilmekte ve fenersiz geçilemediği bilinmektedir. Buna göre dört savaşçı en az kaç dakikada karşıya geçebilir?

b. Pick Yasası

Problem: Köşegenlerinden her biri noktalı kağıdın bir noktası üzerinde olan çokgenlerin alanları, bu çokgenlerin üzerindeki ve içindeki noktaların bir fonksiyonudur. Yani alanlar bu noktaların sayısına bağlı olarak hesaplanabilir. Alan veren bağıntıyı bulunuz.

Bu problemin çözümü; alan hesaplama becerilerini geliştirmesi yanında alanla ilgili bir bağıntıya ulaşma bakımından önemlidir.

Aşağıda verilen noktalı kağıt üzerinde köşeleri noktalara gelecek şekilde herhangi bir çokgen (içbükey veya dışbükey) çiziniz. Çokgenin kenar çizgileri üzerindeki ve içindeki noktaları sayınız. Bu iki sayıdan yararlanarak alan hesaplama ile ilgili bir formül bulabilirsiniz. Tabloyu doldurmanız bağıntıyı görmenizi kolaylaştırır.



		Çevredeki nokta sayısı				
İçteki nokta sayısı	x \ y	3	4	5	6	7
	y					
0						
1				2.5		
2			3		4	
3					5	

Ey garip çizgilerle dolu han duvarları,
Ey hanların gönlümü sızlatan duvarları!..

Uygulama: Tarihsel Olaylar

HAN DUVARLARI

Uykuya varmak için bu hazin günde erken
Kapanmayan gözlerim duvarlarda gezerken
Birdenbire kıpkızıl birkaç satırla yandı;
Bu dört mısra değil, sanki dört damla kandı.
Ben garip çizgilere uğraşırken başbaşa
Raslamıştım duvarda bir şair arkadaş;

*"On yıl var ayrırım Kınadağı'ndan
Baba ocağından yar kucağından
Bir çiçek dermeden sevgi bağından
Huduttan hududa atılmışım ben"*

Altında da bir tarih: **Sekiz mart otuz yedi...**
Gözüm imza yerinde başka ad görmedi.
Artık bahtın açıktır, uzun etme, arkadaş!
Ne hudut kaldı bugün, ne askerlik, ne savaş;
Araya gitti diye içlenme baharına,
Huduttan götürdüğün şan yetişir yârına!...
Aradan yıllar geçti işte o günden beri
Ne zaman yolda bir han rastlasam irkilirim,
Çünkü sizde gizlenen dertleri ben bilirim.
Ey köyleri hududa bağlayan yaşlı yollar,
Dönmeyen yolculara ağlayan yaslı yollar!
Ey garip çizgilerle dolu han duvarları,
Ey hanların gönlümü sızlatan duvarları!..

$$1337 \div 33 = 40$$

$$1337 - 40 = 1297$$

$$1297 + 622 = 1919$$

Modelin Uygulanabilirliği, Modelin Kullanımında Fırsatlar Ve Güçlükler

- Modelin uygulanmasında herhangi bir güçlük yoktur. Her adımda ne yapılacağı belli olduğu için kolay uygulanabilir bir modeldir.
- Ne var ki ders hazırlama aşamasında matematik okuryazarlığı sorusu seçmek ve yazmak geç gelişmektedir. Etkinliklerin birinci ve ikinci odakta olanlarını ayırt edebilecek bir anlayışın geliştirilmesi gerekmektedir. Bu durumlar hizmet öncesi eğitimde matematik okuryazarlığı üzerine ders(ler) açmak suretiyle aşılabılır.



Desteginden ötürü TÜBİTAK'a

Dinlediginiz için sizlere teşekkür ederim