**Çift Odaklı Öğretim**

Çift Odaklı Öğretim Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramlarının sentezini esas alan bir öğretim modelidir. Çift odak adı öğrenme sürecindeki adımlardan iki tanesinin öne çıkması diğerlerine göre baskın olmasından ileri gelmektedir.   
Aşağıda “Çift Odaklı Öğretim”i açıklamak için temel alınan “Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi” kuramlarının kısa bir özetine yer verilmiştir.

**Yapılandırmacı Öğrenme**

Son yıllarda hem ülkemizde hem yurt dışında yaygın kabul gören ve öğretime Yapılandırmacı Yaklaşım olarak yansıyan yapılandırmacı kuram aslında bir bilgi kuramıdır. İnsanın bilgiyi nasıl elde ettiği ile ilgilenir. Yapılandırmacılık (Constructivism) bilginin nasıl oluştuğu, bilginin doğası ve elde ediliş şekli ile ilgilidir Daha sonra öğretimde bilginin nasıl oluşturulduğu bilgisinden yararlanarak öğrenme olayı açıklanmaya çalışılmış ve *yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı* böyle doğmuştur. Bu kuramın temelinde, bilginin dış dünyada bireyden bağımsız olarak var olmadığı ve bireyin zihnine aktarılmadığı, bunun aksine birey tarafından zihinde oluşturulduğu düşüncesi vardır. Aslında bugün anlaşılmaktadır ki öğrenme, sözlü anlatımla sunulan derslerde bile öğrenme yapılandır­macı anlayışa uygun olarak gerçekleşmekte yani birey bilgisini kendisi oluşturmaktadır.

Yapılandırmacı öğrenme, İsviçreli bilim insanı Jean Piaget (1896-1980) ile özdeş görünmesine rağmen kökleri yak­laşık yüzyıl eskiye giden bir kuramdır. Yapılandırmacılıkla ilgili literatür çok geliş­miş ve birçok yorumu yapılmıştır. İlgili literatür bilginin bireyden bağımsız olarak var olmadığı, birey tarafından oluşturulduğu tezinden yola çıkarak, yapılandırmacılık için dört temel ilke vermektedir (Doolittle, 1999). Bu ilkeler:

(1896-1980)

1. Bilgi; birey tarafından pasif olarak alınmaz, bireyin aktif olduğu kendi kontrolünde gerçekleştirdiği bilişsel bir eylemin sonucunda oluşur.
2. Öğrenme (bilgi edinme) , bir adaptasyon sürecidir.
3. Öğrenme özneldir; nesnel değildir, yani herkes kendine özgü biçimde öğrenir.
4. Öğrenme; sosyal etkileşim, kültür ve dilden etkilenen bir süreçtir.

Bu ilkeler dikkate alınarak yapılandırmacı bir öğretim ortamının ilkeleri belirlenmiştir (Lebow, 1993). Bu ilkeler;

* *Yapılandırma etkin bir süreçtir.* Bilgiyi yapılandırma doğal bir süreçtir. İnsan bir şeyi bilmeye ihtiyaç duyduğu zaman, önceki bilgileriyle yeni bilgi arasında bağ kurmaya çabalar. Öğrenciler kendi öğrenmelerine katıldıklarında daha fazla ve anlamlı öğrenirler. Birey yeni öğrenmeye ilişkin yapı oluşturmadıkça, kendi kelimeleri ile ifade etmedikçe ve anlamını düşünmedikçe öğrenme gerçekleşmeyecektir. Her birey aynı fikre ilişkin kendi özel anlamını yaratır. Yapılandırmacı öğrenmenin temel fikri öğrencilerin önbilgilerinin yeni bilginin yorumlanmasını etkilediği ve bilginin özgün problemleri çözme sonucunda yapılandırdığıdır (Windschilt, 2000: 122).
* *Anlama adaptasyon sonucu ortaya çıkar.* Yapılandırmacı yaklaşıma göre bilgi uyum sağlayıcı bir faaliyettir. Birey, çevresi ile etkileşim içerisindeyken kendi bilgisini sürekli değerlendirir. Bu değerlendirme eski bilginin yeniden yapılandırılması ya da yeni bilgiye ilişkin yeni bir yapı ile sonuçlanabilir. Bu süreç sonucunda bireyin bilgisi artar ve çevresine uyum sağlaması kolaylaşır.
* *Eski bilgiler ve yaşantılar yeni öğrenmelere temel oluşturur.* Yapılandırmacılığa göre yeni bilgi önceki bilgilerden bağımsız bir şekilde oluşmaz. Yeni bilgi, öğrenilmiş eski bilgi ile ilişkilendirildiğinde anlamlı duruma gelir. Eski bilgiyi harekete geçirmek yeni öğrenilecek bilginin etkili ve kolay öğrenilmesini sağlar (Driscoll 2000: 383).
* *Bilgi edinme sürecinde bağlam çok önemlidir.* Yapılandırdığımız bilgi ve geliştirdiğimiz beceriler, yaşantıların gerçekleştiği bağlamla ilgili bilgiyi içerir. Herhangi bir bağlamla ilişkisi olmayan kural ve ilkeler öğrenci için çok az anlam taşır. Gerçekten anladığımız bilgi ve becerileri rahatlıkla uygularız. Bazı bağlamları kullanmadan yalnızca olgu ve kavramları öğretmeye çalışmak, öğrencide anlamlı yapılar oluşturmaz. Üst düzey hedefler yalnızca anlamlı etkinliklerin uygulandığı bir bağlamda gerçekleşebilir (Koç 2002).
* *Bilgi, temel fikirler etrafında yapılandırılır.* Yapılandırmacı yaklaşımın amacı öğrenen kişinin uzman biri gibi bilgiyi kullanmasıdır. Bu amaca ulaşmak için de öğrencinin incelediği alanın temel kavramlarının ve fikirlerini kazanmış olması gerekir (Driscoll 2000: 381). Buradaki esas önemli olan kişinin bilgiyi yalnızca hatırlaması değil, araştırmacı, problem çözücü ve eleştirel düşünür olmasıdır.
* *Öğrenme sosyal bir etkinliktir.* Öğrenme sosyal etkileşim ile gerçekleşir. Sosyal ortam, alternatif görüşlerin ve anlamların test edilebilmesi yönelik imkan sunarak anlamların yeniden düzenlenmelerini desteklemektedir. Öğrenme diğer bireylerle etkileşime girildiği zaman daha etkili olmaktadır. Fikirlerini açıklamak fikirler arasında yeni ilişkilerin kurulmasını sağlamaktadır. Sosyal yaşantılar, düşünme ve dünyayı yorumlama yollarını şekillendirmektedir (Vygotsky 1999). Bireyin zihinsel süreçleri sosyal bir ortamda ortaya çıkmaktadır. Grup, üst düzey zihinsel öğrenme için çok önemli bir öğrenme biçimi olarak değerlendirilmektedir. Çünkü grupta bilgiyi birlikte yapılandıran ve bu etkinliği genelde dil yoluyla transfer eden daha bilgili akranlar ve yetişkinler bulunmaktadır (Jramillo 1996: 134).

*Bilgi yapılandırma; kültür ve toplumlara göre değişir.* Dünya ile ilgili bilgi ve inançlarımız toplumdan, toplumun bilgi ve inançlarından etkilenir. Birey toplumdaki etkinliklere katılarak, toplumun önemli bir parçası olan kültürü özümser. Dünya üzerinde farklı toplumlar vardır ve bu toplumların dünyayı algılama ya da anlamlandırmaları farklı olabilmektedir. Bu nedenle bilgi yapılandırma süreci de toplumların bakış açılarına göre değişmektedir.

Özellikle öğretmen için “sınıf içinde dersin sunumunu nasıl planlamalı ki öğrenciler için bilgiyi yapılandırma kolaylaşsın?” sorusu kayda değer bir sorudur. Bu soruya cevap olan uğraşlardan biri öğretimde 5-E öğrenme modeli diye bilinen hedeflenen bilginin kazandırılmasını sıralı beş aşamada gerçekleştiren öğretim modelidir. 3-E ve 7-E öğretim modelleri de yapılandırmacı öğrenme kuramının uygulamaya geçirilmesi için 5-E ile benzerlikler gösteren başka öğrenme modellerdir.

**5E Öğretim Modeli**

5-E modelinin adı, dersin beş aşamasının ilk harflerinden ileri geliyor olup bunlar sırası ile şöyledir.

1. Engage (Giriş)

2. Explain(Keşfetme)

3.Explore(Açıklama)

4.Elaborate(Derinleştirme)

5.Evaluate(Değerlendirme)

Bu beş aşamadan **Giriş, Keşfetme** ve **Açıklam**a basamakları kendi aralarında bir bütündür. Bu basamakların kritik olanı keşfetmedir.

**Giriş**te, öğrencilere problem veya bir tartışma konusu yöneltilir. Bu yöneltme eylemi planlanmış bir etkinlik kağıdının verilmesi, ekrandan veya bir kaynaktan gösterilen bir sorunun üzerinde tartışma şeklinde olabilir. Öğrencilerin tartışma konusunu anlayıp anlamadıkları gözlem altında tutulur, anladıkları kanaati oluşunca giriş tamamlanmış olur.

**Keşfetme** problemin çözümünün veya tartışma konusunun sonuçlanmasına kadar geçen süreçtir. Bilgi üretme, üretilmiş bilgiyi derinleştirme, beceri geliştirme ile ilgili en az bir etkinliğin yer aldığı ve sonuçlandırıldığı safhadır. Grup çalışması, sınıf tartışması, bireysel çalışma şeklinde olabilir. Öğrenciler bu safhada zamanı sınırsız kullanabilmelidir. Öğretmene düşen görev, düşünme süreçlerini gözlemek, destekleyici veya düzeltici açıklamalarda bulunmak, öğrencilerden gerekçe istemek ve onları birlikte tartışmaları için yönlendirmektir.

**Açıklama**, keşfetme basamağında ulaşılan bilgilerin diğer gruplarla veya sınıfla paylaşıldığı, var olan ifadelerin formal bilgi ile karşılaştırıldığı aşamadır. Öğrencilerin vardıkları sonuçları argümanlarını ortaya koyarak açıklamaları beklenir. Açıklamaya keşfetme basamağındaki tartışmaların sönmesi ile geçilir. Çok zaman alan bir aşama değildir.

**Derinleştirme:** Keşfetme basamağında oluşan bilgi kırılgan olur. Bu kırılganlığı gidermek için alıştırma, problem çözme, beceri gelişimini de içine alan uygulamalara yer verilir. Bu aşamada konu ile ilgili okuryazarlık problemlerinin tartışılması, çözülmesi, yeni tartışmada ortaya çıkan bilgiye ihtiyaç gösteren sıra dışı (rutin olmayan) problemlere yer verilmesi güçlü bir pekiştirmeye yol açar. Bu aşamaya geçiş zaman gerektirebilir ve öğrenciler zaman konusunda sınırlanmamalıdır. Pekiştirmenin bir başka yolu daha var ki bu, oluşturulan bilgiyi başka bir kavramın ya da kuralın oluşturulmasında kullanmadır. Bu türden pekiştirme aynı ders içinde olmayabilir, genellikle başka bir derste, yeni bir konunun anlatılması sırasında gerçekleşir.

**Değerlendirme** sürecin son basamağıdır. Öğretmen sorularıyla, kazanılan bilgi ve süreç becerileri ile farkındalığın olup olmadığını anlamaya çalışır. Bunu soru sorarak yapabildiği gibi, ağırlıklı olarak, keşfetme, açıklama ve derinleştirme basamaklarındaki davranışların güvenli olup olmadığına bakarak da yapabilir. Kavramın veya becerinin nerelerde kullanabileceğine ilişkin yorumlarını dinleyebilir. Bilinen test yapmak suretiyle gerçekleşen değerlendirilmesinden kısmen farklı bir süreçtir. Bir anlamda öğrenme sürecinin iyi işleyip işlemediğinin ortaya çıkarılması aşamasıdır. Süreç boyunca gözlem yapıldığı için çok fazla zaman almaz.

**Gerçekçi Matematik Eğitimi**

Gerçekçi Matematik Eğitimi’nin (Realistic Mathematics Education – RME) kurucusu Hollandalı matematikçi Hans Freudenthal(1905-1990) ta­rihte matematiğin gerçek hayat problemleri ile başladığını, gerçek hayatın mate­matikleştirildiğini daha sonra formal matematik bilgiye ulaşıldığını ileri sürerek, önce formal matematik bilgiyi verip arkasından uygulamaya geçme şeklindeki geleneksel öğrenmenin anti didaktik olduğunu belirtmiştir. Aşağıdaki şekil sınıfta anti didaktik olarak nitelenen bir anın görüntüsünü yansıtmaktadır.

****Freudenthal matematik öğrenmeyi bir anlamlandırma süreci olarak ta­nıtmış ve düşüncesini “çocuk için matematik anlamlandırma ile başlar ve ger­çek matematik yapmak için her yeni safhada anlamlandırmanın esas alınması gerekir” (Nelissen ve Tomic, 1998) şeklinde ifade etmiştir. Freudenthal’e göre *matematik bir insan aktivitesidir, keşfedilmez icat edilir*. İnsan çevresindeki olayları kontrol altında tutmak için onları sayar, ölçer, sınıflar ve sıralar. Yani; sosyal olgular ve ihtiyaçlar matematik yapma ihtiyacı doğurur. Örneğin; iki şeyden hangisinin daha çok yer kapladığını bilme ihtiyacı, ölçmeyi icat etmeye yol açmıştır. Buna bağlı olarak; dikdörtgenin alanı için, A = a x b şeklinde bir matematiksel yöntem geliştirilmiştir. Bu bir ölçme eylemidir ve kendi icat ettiğimiz bir şeydir. Geleneksel öğretime bir meydan okuma olarak ortaya çıkmış olan bu yaklaşıma göre, mate­matik öğretimi, gerçek hayat problemleri ile başlamalıdır ve matematik yapma gereksinimi öğretimin ana ilkesi olmalıdır (Gravemeijer vd, 1998). Başka bir ifa­deyle matematik yapmak için (çevresel bir problem) uyarıcı olmalıdır.

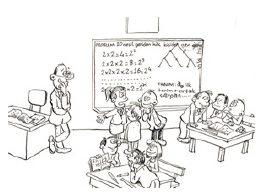
(1905-1990)

Freudenthal, gerçek modelden matematik kavrama ulaşma şeklinde işleyen bu sürece **matematikleştirme** adını vermiştir. Matematikleştirme yatay ve dikey matematikleştirme olmak üzere iki aşamalı bir eylem olarak ele alınabilir. **Yatay matematikleştirme,** yaşamsal (çevresel) bir olaydan sembollere geçiş; **dikey matematikleştirme** ise, sembollerle çalışma ve mevcut matematiksel kavramlar arasında ilişkiler kurmak suretiyle daha yüksek düzeyli matematiksel kavramlara, formüllere ulaşmadır. Her iki matematikleştirme türü matematik öğretiminin her seviyesinde vardır (Hauvel - Panhuizen, 1996) .

RME’nin anahtar ilkeleri şöyle özetlenebilir:

Birincisi, öğrenme olayının doğası ile ilgilidir. Buna göre, çevre problemleri uyarıcı olmakta ve kavram, **sü­recin yeniden keşfi (didaktik fenomoloji)** ile kazanılmaktadır. Didaktik fenomonolojiye göre matema­tik konuların öğrenilmesinde öğretim için tasarlanmış uygulamaların (problem çözümlerinin) matematikleştirmeye uygunluğu önemlidir. Eğer biz; matematiğin tarihsel süreçte pratik problemlerin çözümlerinden elde edildiğini kavrarsak, günümüzdeki uygulamalardan da, bu yaklaşımla matematik üretilebileceğini umabiliriz. Sonra bize düşen iş varmak istediğimiz matematiksel bilgi için, yatay matematikleştirmeye uygun problem durumları bulmak, sonra da dikey mate­matikleştirmeyi sağlayacak öğrenme ortamlarını yaratmaktır (Gravemeijer; vd, 1998). Bu problem durumlar belirlenirken öğrencinin problem üzerinde istekle çalışması, başka bir söyleyişle öğrencinin problem üzerinde çalışma ihtiyacı duy­ması önemlidir. Bu isteklilik durumu RME’nin gerçekleşmesi için bir gerekliliktir.

İkincisi, **yönlendirilmiş keşfetme** ile matematikleştirmeyi gerçekleştirmedir. Bu ilke çerçevesinde öğrencilere, matematiğin icat edilmesine benzer bir yönte­mi ya da çalışmayı denemeleri için fırsat verilmelidir. Aşağıdaki şekil böyle fırsatların sunulduğu bir sınıf ortamını temsil etmektedir. Böyle bir sınıfta öğretmen öğrenci çalışmalarını yönlendiren ve yöneten bir konumdadır.



Yönlendirilmiş keşif ilkesinde infor­mal bilgi ve stratejileri temel alıp onlardan yola çıkarak, formal stratejilere ulaşma vardır.. Bu ilkenin iyi kullanımı için, uygun çevresel problemlerin bulunmasına ihtiyaç vardır.

Üçüncü ilke, informal matematik bilgi ile formal matematik bilgi arasında köprü rolü üstlenerek **kendi kendine gelişen modeller**e yer vermedir. RME’de modeller öğrenciler tarafından geliştirilir. Kendi geliştirdikleri modeller öğrenciler için anlamlıdır. Öğrencilerin geliştirdiği bu modeller genelleştirip sembollerle ifade edildiğinde matematiksel bilgiye ulaşılmış olur. Freudenthal, matematikleştirmenin matematik öğretiminde anahtar süreç olmasını önermiş ve bunu iki temel nedene dayandırmıştır.

Birincisi; **matematikleştirme** sadece matematikçilerin işi değil, **her insanın işidir**. Matematikleştirme bir strateji haline geldiğinde, öğrenciler günlük hayat­taki durumlara matematiksel yaklaşımla bakarlar. Matematikleştirmeyi matema­tik eğitiminin merkezi yapmanın ikinci nedeni **yeniden keşfetme** fikri ile ilgilidir. Matematikte son basamak formal bilgiye ulaşmadır. Bu düşünce derslere yansımalıdır. Öğrencinin çalışabileceği, denemeler yapa­bileceği bir ortamın hazırlanması gerekir ve öğrenme şekli bilginin matematikçi tarafından üretilme şekline benzemelidir. Matematikleştirme olarak açıklanan bu süreçte, öğrenci matematik bilgiye kendisi ulaşmaktadır.

Yukarıdaki açıklanan ilkeler GME’ ye göre genel olarak matematik öğretiminin nasıl olması gerektiğini açıklamaktadır. Aşağıdaki bölümde ise uygulama sırasında GME’ nin temel aldığı öğrenme sürecinin nasıl gerçekleşebileceğine dair ilkelerden bahsedilecektir. Bu kapsamda Van den Heuvel-Panhuizen ve Wijers (2005) tarafından GME’ nin derslere uygulanması ile altı temel ilke belirlenmiştir.

1. Aktivite İlkesi:

Matematikleştirme fikri, matematiğin en iyi yapılarak öğrenilen bir aktivite olduğunu ifade eder (Freudenthal 1973; Treffers 1987). Öğrenciler, matematiksel bilgiyi hazır almak yerine eğitim süresince aktif bir şekilde katılan ve kullanılan çeşitli matematiksel araçları ve fikirlerini geliştiren aktif bir üye olarak görülür. Freudenthal’e (1973) göre, hazır matematiksel bilginin sunulduğu öğretim programlarının kullanımını anti-didaktiktir. Aktivite ilkesi, öğrencilerin informal çalışmaya dayalı problem durumlarıyla yüzleştirilmeleri anlamına gelir. Bu ilkeyle ilişkin olarak “kendi üretimleri”, GME’ de önemli rol oynar. Yani GME’ de öğrenci aktivite sonucunda kendi ürettiği matematiksel araç ve düşüncelerle kendi matematiksel bilgisine ulaşır. Bu nedenle matematikleştirme bir insan aktivitesi olarak görülmektedir.

2. Gerçeklik İlkesi:

Matematik eğitimindeki diğer yaklaşımlar olduğu gibi, GME de öğrencilerde matematiksel yatkınlık kazandırmayı amaçlar. Matematik eğitiminin genel hedefi öğrencilerin problemleri çözebilmek için matematiksel araçları ve düşünceleri kullanabilmeleridir. Bu durum “matematiği faydalı olduğu” için öğrenmeleri gerektiğini dolaylı olarak anlatır (Freudenthal 1968). Ancak GME’ de bu gerçeklik ilkesi, uygulamada öğrenme sürecinin sonunda fark edilebileceği gibi gerçeklik, matematik öğretiminde bir kaynak olarak görülür. Matematik biliminin gerçeğin matematikleştirilmesinden ortaya çıktığı düşünüldüğünde, matematiği öğrenme gerekliliği de gerçeğin matematikselleştirilmesiyle ortaya çıkar. Bu nedenle matematik öğretimi, bazı tanımlar ve soyut kavramlar ile başlamak yerine, öğrenci zengin içerikli matematiksel durumlarla ya da diğer bir deyişle matematikselleştirilebilen içeriklerle başlamalıdır (Van den Heuvel-Panhuizen ve Wijer 2005).

3. Seviye İlkesi:

Matematik öğrenme esnasında öğrenciler içerikle ilgili informal çözümlerden formal çözeme ulaşma, çeşitli aşamaları modelleme veya kısaltma, daha geniş boyutlardaki ilişkileri ayırt edebilmeye kadar uzanan bir takım anlama seviyelerinden geçerler. Bu aşamalar hiyerarşik bir düzende devam etmektedir. Öğrenciler ilk önce duruma informal çözümler üretecek sonra bu çözümünü modelleyecektir. En son olarak ise yapılan diğer çözümlerle birlikte daha farklı ilişkiler kurarak formal çözüme ulaşacaktır. Öğrenen formal çözüme ulaşmak için etkileşim içinde olmalıdır. Modeller, informal matematiksel bilgi ve formal matematiksel bilgi arasında köprü oluşturan önemli matematiksel araçlardır. Modellerin formal ve informal seviyelerin arasındaki köprülendirme fonksiyonunu yapabilmeleri için, özel durumların modelinden aynı tür diğer tüm durumlarda kullanılması gerekmektedir (Van den Heuvel-Panhuizen ve Wijer 2005). Ancak bu durumda modeller öğrencilerin formal matematiksel bilgiye ulaşmalarına yardımcı olurlar. Modeller dikey matematikleştirme sürecinde öğrencilerin güvenilir bir dayanak sağlayacaktır.

Seviye ilkesinin önemi de matematiksel anlayışı geliştirmesi ve tutarlı bir öğretim programının geliştirmesini sağlamasıdır. Bu uzun dönemlik bakış açısı GME’nin bir özelliğidir. Ne öğrenildiği ve ne öğrenileceği arasındaki ilişkiye özenle dikkat edilir.

4. İlişkilendirme İlkesi:

Bir okul dersi olarak matematiğin çok farklı bölümlere ayrılamaması da GME’nin özelliklerindendir. Derin bir matematik perspektifinden bakıldığında matematik içindeki bölümler ayrılamaz. Dahası zengin içerikli problemleri çözmek, geniş bir matematik anlayışına ve çeşitli matematik araçlarına sahip olunması gerektiği anlamına gelir. Örneğin; eğer çocuklar bir bayrağın ölçüsünü tahmin etmek isterlerse bu tahmin sadece ölçmeyi değil oran ve geometriyi de içerir. Bu ilkenin etkinliği, öğretim programını tutarlı hale getirmesidir. Bu ilke, matematiğin farklı bölümlerinin birbirleriyle olan karşılıklı ilişkisini içerdiği gibi bir bölümün içindeki farklı parçaların içinde de bulunabilir. Örneğin, sayılar konusunda sayı duyusu, zihinden işlemler, tahmin ve algoritma birbiriyle yakından ilgilidir.

5. Etkileşim (İşbirliği) İlkesi:

GME’de matematik öğrenme bir sosyal aktivite olarak görülür. Eğitim öğrencilere, stratejilerini ve keşiflerini birbirleriyle paylaşmaları için fırsatlar sunmalıdır. Diğer öğrencilerin ne bulduğunu görerek ve bunları tartışarak öğrenciler, stratejilerini geliştirmek için fikir alırlar. Bunun yanında etkileşim (işbirliği) öğrencilerin daha üst seviyelerde anlamalarını sağlayacak düşüncelerin doğmasına sebep olur. Etkileşim ilkesiyle GME sınıftaki tüm öğrencilerin öğretim sürecinin içinde yer almalarını önemser. Fakat bu durum, tüm sınıfın topluca ilerlediği, her öğrencinin aynı yolu takip ettiği ve aynı anda aynı gelişim seviyesine ulaştıkları anlamına gelmez. Tam tersine GME’de çocuklar birey olarak görülür ve her biri kendi öğrenme yolunda ilerler. Bu öğrenme görüşünden genellikle sınıfların her biri kendi öğrenme yolunu izleyen küçük gruplara bölünmesi gerektiği sonucu çıkarılır. Ancak GME’de sınıfı bir organizasyon birimi olarak beraber tutmak ve eğitimi öğrencilerin farklı yetenek seviyelerine göre uyarlamak için güçlü bir öncelik vardır. Bu, farklı anlayış seviyelerinde çözülebilen problemleri öğrencilere sunarak yapılabilir.

6. Rehberlik İlkesi:

Freudenthal’in matematik eğitimindeki anahtar ilkelerinden biri de dersin öğrenciye matematiği tekrar keşfedebilmesi için yol gösterici fırsatlar vermesidir. Bu da GME’de hem öğretmenin hem de eğitim programının, öğrencinin bilgiyi nasıl alması gerektiğinde çok önemli bir rolü olduğu anlamına gelir. Bunlar sabit bir yolla öğrencilerin ne öğrenmek zorunda olduğunu göstermeyerek öğrenme sürecini yönlendirirler. Çünkü bu aktivite ilkesiyle ters düşer ve sözde anlamalara sebep olur. Bunun yerine öğrencilerin kendi kendilerine matematiksel araçlarını ve düşüncelerini geliştirebilecekleri fırsatlara ihtiyaçları vardır. İstenilen düzeye ulaşmak için öğretmenler öğrencilere bu süreçlerin kendilerinden ortaya çıkacağı öğrenme ortamları sağlamak zorundadır. Bir gerekli koşulda öğretmenlerin, öğrencilerin henüz belli olan anlayış ve becerilerini nerede ve nasıl sezebileceklerini önceden görebilmelidir. Eğitim programları, öğrencilerin kavrayışlarını değiştirebilmeye bir vasıta olarak çalışabilecek potansiyele sahip senaryolar içermelidir. Bu senaryoların hedefe dayalı uzun dönemlik öğretme-öğrenme bakış açılarına sahip olması önemlidir. Bu bakış açıları olmaksızın öğrencilere kılavuzluk edebilmeleri olanaksızdır.

Gerek Yapılandırmacı Yaklaşım gerek GME her ikisi de bireyin bilgiyi oluşturmasını, oluşturmak için seçilen bir problemin çözümü veya tasarlanan etkinlik üzerinde çalışılmasını esas almaktadır. Her iki yaklaşım sonuçtan çok sürece odaklanır. Aralarındaki fark bilgiye ulaşmada ki yollarda gözlenmektedir. GME ye uygun her çalışma Yapılandırmacı Yaklaşıma uygundur fakat tersi doğru değildir. Yani her yapılandırmacı öğretim, GME ile uyumlu olmayabilir.Her ikisinde de öğretimde aşağıdaki ilkler önemsenir ve benimsenir.

1. öğrenme için, informal bilgi, beceriler ve deneyimler
2. öğretimde motivasyon ve anlamlandırma
3. çevrenin öğrenme üzerindeki rolü
4. grupla tartışma ve dil önemlidir(Nelissen ve Tomic, 1998).

Her iki kuramda öğrenme etkinlikler üzerinden gerçekleşir. Literatürde kaliteli bir matematik öğretiminin sınıf ortamında zorlayıcı etkinliklerin uygulanarak sağlanabileceği ve öğrencilerin bu etkinlikler üzerinde çalışarak öğrenmelerinin gerçekleşebileceği ifade edilmektedir (Kilpatrick, Swarfford ve Findell, 2001). Ayrıca alanyazın incelendiğinde matematiksel etkinliklerin matematik öğrenme-öğretme sürecinde önemli rol oyandığı görülmektedir (Hiebert ve Wearne, 1993; Clements ve McMillan, 1996; Stein, Grover ve Henningsen, 1996; Henningsen ve Stein, 1997; Moyer ve Jones, 2004; Jones ve Pratt, 2006; Horoks ve Robert, 2007; Özden, 2009; Gürbüz ve Toprak, 2014;). Bu nedenlerle “Etkinlik” kavramı çift odaklı öğretimin de temel bileşenlerinden biri olarak ele alınmıştır. Aşağıda "Etkinlik" kavramı ile ilgili açıklamalara yer verilmiştir.

**Etkinlik Kavramı**

Matematik derslerinde kullanılan etkinlik, ardı sıra yapılan bir eylemler bütününden farklıdır. Bir etkinlikte aşağıdaki dört özelliğin olması gerekir. Bunlar;

1. Öğrenme etkinliği **öğrencinin sahiplik edebileceği** bir çalışma olmadır,

2. Öğrenci öğrenme sırasında arkadaşları ve öğretmeni ile konu üzerinde tartışabilmelidir,

3. Öğrenci ne yaptığını açıklayabilmelidir,

4. Öğrenme olayı **zihinsel bir karmaşayı** ortadan kaldırabilecek bir nitelikte olmalıdır.

Bunlardan özellikle birinci ve dördüncü çok önemlidir. Bu iki özelliğin sağlanması halinde, ikinci ve üçüncü özelliklerin süreç içinde kendiliğinden gerçekleşmesi beklenir. Bu iki özellikten, “öğrencinin etkinliğe sahiplik edebilmesi” için etkinliğin, öğrenci açısından kıymeti olan bir içeriğe sahip olması, “**zihinsel bir karmaşanın**” varlığı için de cevaplanan sorunun sonucu hakkında **farklı öngörü**lerin olması gerekir. Bu iki nitelik, etkinliği istekle yapılan, tartışılan, sonucu merak edilen bir çalışma haline getirir.

**Çift Odaklı Öğretim**

Matematik öğretiminde öğrenme süreci çok sayıda adıma ayrılsa da iki noktadaki öğrenmeler kritik görünmektedir. Biri **kavram veya genellemenin kazandırılması** diğeri **pekiştirilmesi ve uygulanması**dır.

Gerek yapılandırmacı öğrenme kuramı gerek GME, her ikisi de kavram veya genellemelerin öğretimine seçilen bir problem veya etkinlik ile başlanmasını esas almaktadır. Bu problemin çözümü veya etkinlikteki zihinsel karmaşanın giderilmesi yapılandırmacı öğrenmede keşfetme basamağındaki çalışmalar, GME de ise “sürecin yeniden keşfi” ilkesine bağlı olarak matematikleştirmesüreci içinde gerçekleşmektedir*.* Buradan sonrası ulaşılan sonucun açıklanmasından ibarettir. O halde biz öğretmeyi hedeflediğimiz kavram veya genellemeleri bu iki yoldan uygun olanını seçip gerçekleştirebiliriz. O halde **birinci kritik nokta keşfetme**dir**.** Öğrenilen bilginin kırılganlığının giderilmesi ve pekiştirilmesi yapılandırmacı öğrenmedeki derinleştirme basamağında, GME deki ise dikey matematikleştirme süreci içinde gerçekleşmektedir. O halde **ikinci kritik nokta uygulama**ların yapılmasıdır. Diğer ayrıntı elde edilen sonucun bir değerlendirilmesinden ve açıklanmasından ibarettir.

Öğretim bu iki kritik nokta odak seçilip bu noktalardan hareket alan ve ayrıntıya kavuşan bir süreç olarak ele alınabilir. Bu iki kritik noktanın öne çıkması ve öğretimin buradan şekillenmesinden ötürü bu öğretim modeline çift odaklı öğretim modeli adı verilmiştir.

Odakların işlevleri, birbirinden farklı yanları şöyle özetlenebilir.

Matematik derslerinin konu bazında iki temel hedefi vardır.

Bunlar;

(i) Kavram ve genelleme bilgisinin oluşturulması ve becerilerin geliştirilmesi

(ii)Kavram veya genellemelerin kırılganlığının giderilmesi, becerilerin pekiştirilmesi ve uygulamalarının yapılmasıdır.

Birinci odak yukarıdaki iki maddeden ilki yani kavram ve genelleme bilgisinin oluşturulması ve becerilerin geliştirilmesi ile ikinci odak ikincisi yani kavram veya genellemelerin kırılganlığının giderilmesi, becerilerin pekiştirilmesi ile ilgilidir. Aşağıda her iki odaktaki çalışmalar hakkında daha geniş bilgi verilmiştir.

**Birinci Odak**, öğrencilerin öğrenme sürecine sahiplik ettiği, kendi öğrenmelerinin sorumluluklarına ortak olduğu öğretim etkinlikleri ile kavram veya genellemenin kazandırıldığı safhadır. Birinci odakta yapılan öğretimin 5E modelinden veya geleneksel öğretimden en büyük farkı giriş için gereksiz zaman kayıplarının önüne geçmesidir. Etkinlik konusu veya üzerinde çalışılacak problemlerin tanıtılması yeterli ilgiyi toplar. Bir diğer önemli fark, kavram ve genellemelerin kazandırılması ile ilgili öğretim tasarımında GME ve yapılandırmacı yaklaşımın öğretimde esas alınacak olmasıdır. Ayrıca matematik bilginin soyutlanmasında yani kazanılma sürecinin izlenmesinde RBC+C modeli bir temel referanstır. Buradaki etkinlik, derste ardı sıra yapılan birtakım işlemler bütününden farklı olarak, zihinsel bir karmaşa içeren ve bu karmaşanın kaldırılması için *esnek düşünmeye, düşüncesini açıklamaya, savunmaya ve tartışmaya* yer veren uygulamalı bir çalışmadır. Etkinlik seçimi, özen ister ve öğretimi yapılan kavram ve genellemenin doğasına uygun olması gerekir. İster GME’ye uygun ister yapılandırmacı yaklaşıma uygun olsun bu aşamadaki etkinliklerin, öğrencilerin düşünce üretmelerine ve birbirlerinin düşüncelerini tartışmalarına yer veren özellikleri ile **matematiksel yeterliklerin doğal olarak ortaya çıkmasına uygun ortam** sağlarlar. Etkinliklerde öğrencilerin özgürce çalışması belirlenen işleri yapabilmek için yol ve yöntemleri kendilerinin seçmesi esastır. Zaman kazanmak, temiz çalışmak gibi bahanelerle etkinliklere karışılmaması gerekir. Yarı yapılandırılmış sözü bu etkinliklerin gerçekleştirilmesinde tam anlamını bulur. Burada risk, öğrencilerin etkinliğe ilgi duymaması durumunda ortaya çıkar ve bu risk, öğretim etkinliklerinin nitelikli tasarlanması ve alternatif etkinliklerin planlanmasıyla giderilebilir. Kavram veya genellemenin öğretimi ile ilgili çalışmayı takiben kavramsal anlamayı geliştirecek sorular yer verilir. Örneğin;

-Mademki yüzde hesapları var doksanda hesapları da olur mu?

-Negatif Tamsayılar olmak zorunda mıydı?

-Sıvı ölçüleri aynı zamanda hacim ölçüleridir. Öyleyse neden tanımlandılar.

Hacim ölçüleri 1000’er 1000’er büyürken sıvı ölçüleri neden 10’ar 10’ar büyüyorlar? gibi.

**Birinci odak çalışmaların niteliğini artırmak için; öğretmenlere şu hususlar önerilebilir.**

1.Yaratıcılığın ve eleştirel düşünmenin gelişmesi için etkinlikleri daha az yapılandırın. Etkinliklerin zihinsel bir karmaşaya yer vermesine dikkat edin. Aralarında tartışmalarını sağlayın. Öğrenciler etkinlikler üzerinde çalışırken kendi deneylerini yapmaları için imkân verin.

2.Yeterlikleri sergilemeleri için imkân yaratın, zaman sıkıntısı yaratmayın. Özellikle iyi öğrencilerin çalışmaya devam edebilmelerini sağlayacak uzatma etkinlikleri planlayın.

3. Alışılmış sınıf ortamında bir değişiklik yapın. Öğretmenin anlattığı öğrencilerin suskun beklediği ve dinlediği dersi değiştirin. Örneğin gelecek derste öğrenciler 2-3 kişilik gruplarda çalışabilsinler. Matematiğe karşı olumlu tutum geliştirebilmeleri için aşina olduğu sahiplik etmekten zevk alacağı etkinlikler verin.

4.Etkinliklerin ve problemlerin öğrenci dünyasından, alışılmış konular olmasına dikkat edin.

5.Öğrencilerin nasıl öğrendiklerinden haberdar olun. Bu amaçla öğrencileri tanımak için anket uygulayabilirsiniz (OECD, 2016, s.16-17). Bunun için;

* Biliş üstü davranışlarının nasıl olduğunu (öz düzenleme becerileri) anlayın ve ona göre davranın. Öğrencinin bilinçli davranmasını sağlamaya çalışın.
* Biliş üstü davranışları desteklemek için öğrencileri sınıf içi etkileşimi artıracak etkinlikler tasarlayın. Örneğin, öğrencilerin problemlere sadece “doğru” veya “yanlış” olduğunu belirtmek yerine, öğrencilerden çözümleri için açıklamalar sunmalarını, kendi çözümlerindeki ya da arkadaşların çözümlerindeki hataları belirlemelerini, hata kaynaklarının neler olabileceğini ve bunları nasıl düzeltebileceklerini ortaya çıkarmak iççin arkadaşlarıyla çalışmalarını sağlayın.
* İnanç, ilgi ve kendine güven derecelerini anlayın. Kendine güvenmeyen öğrenciler daha çok ezbere yönelirler.

**İkinci Odak; G**eleneksel öğretimde bu aşama için hâkim davranış alıştırma çözmedir. Bu odakta alıştırmaların yanı sıra öğrenilen bilgi ve becerilerin kullanımını gerektiren yaşamsal problemlere ve uygulamalara yer verilir. Ders kitaplarıhda hemen hemen hiç yer almayan “*matematiği yaşamsal kararlar almada kullanma veya alınacak karar için öneri sunma”* yı gerektiren sorulara yer verilir. Matematiği karar almada kullanmaktan kasıt sosyal alanlarla ilgili modelleme gerektiren sorulara da bu odakta yer vermektir. Özetle bu aşama, alıştırma + MO problemleri + uygulamalardan oluşur. Geleneksel öğretimde bu üç eylemden ilki yapılmaktadır. Önerilen modelde ikinci odakta MO problemleri ve yaşamsal uygulamalara yer vermekle bilginin beceri ile bütünleşmesi ve buna bağlı olarak bilginin gerekliliğine olan inancın güçlendirilmesi ve bilginin içselleştirilmesi garanti altına alınmaktadır. Kazanılan bilginin bir başka bilginin üretiminde kullanılması, pekiştirme beklentilerini karşılamak bakımından değerli bir çalışmadır.

Matematiksel yeterliklerin süreç içinde kazandırılması ilkesi bu odak için de geçerlidir. Bu amaçla öğrencilerin problemler üzerinde tartışmalarına, esnek düşünmelerine, düşündüklerini söylemelerine imkan verilmelidir.

Çift odaklı ders tasarımında daha yoğun bir ön hazırlık gerektiren bu çalışmalar ile matematiksel dil ve araçları kullanma ile ilgili yeterliklerin (temsil etme, sembol ve formal dili kullanma, iletişim ve matematiksel araç ve gereçleri kullanma) süreç içinde kazanılmasına yol açar. Ayrıca bu çalışmalar, öğrenilen bilginin yaşamdaki yararlarını ortaya koyacağı için matematiğe karşı değer duygusunu geliştirir ve “bunu niçin öğreniyoruz?” sorusunun kendiliğinden ortadan kalkmasına yol açar.

**İkinci odaktaki çalışmaların niteliğini artırmak için; öğretmenlere şu hususlar önerilebilir**

1.Müfredatla ilgili çok bilinen sınırlılıklara sığınarak derste başlanıp dışarıda tamamlanan proje ödevlerine yer verin. Basit gerekçelerle bu tür görevlerden vazgeçmeyin.

2.Yeterliklerin sergilenmesine fırsatlar yaratma diğer odakta olduğu gibi burada da önemlidir. Her öğrencinin matematikçi olmayacağı açık olmakla birlikte yeterlikler her alandaki faaliyetler için gerekli olduğunu unutmayın.

3.Soruların çeşitlendirin ve yeterliklerin sergilenmesine fırsat verin.

4. Öğrencilerin etkinlikleri özetlemek, sorgulamak, tahmin ettirmek suretiyle bilişsel aktivasyonu canlı tutun.

5. Matematiksel kavramların pekiştirilmesi için öğrencilerin birlikte çalışmasına veya teknoloji ve oyunlar gibi yeni araçları kullanmasına olanak tanıyan ödev etkinlikleri tasarlayın.

Her iki odakta öğretimin şekli yeterliklerin gelişimin beslenmeli, desteklemelidir. Öğretim şekli aşağıdaki gibi şematize edilebilir.



1. Modelleme (Matematikleştirme)
2. Problem kurma ve çözme becerisi
3. Muhakeme etme
4. Temsil Etme
5. İletişim
6. Formal, teknik dil ve işlemleri kullanma
7. Matematiksel araç ve gereçleri kullanma

**Çift Odaklı Öğretimin Matematik Okuryazarlığının Geliştirilmesine Uygunluğu**

İyi bir problem, doğal olarak öğrencilerin ilgisini çekmekte ve çözümü üzerindeki tartışmalarda muhakeme ve argüman üretmeye yer vermektedir. Seçilen problem öğrencilerin çalışmalarını sürdürebilecekleri türden çok basit olmayan bir problemdir. Problemin çözümü için yapılan öğrenci girişimleri doğrudan problem çözme için strateji üretme yeterliği ile ilgilidir. Böylece **Çift Odaklı Öğretimde** yedi temel matematiksel yeterlikten matematik bilginin oluşumu ile doğrudan ilgili olan ilk üç temel yeterliğe süreç içinde yer vermektedir. Diğer yeterliklerden iletişim, temsil ile gösterimi, formal, teknik dil ve sembolleri kullanma, matematiksel araçları kullanma öğretimin niteliğini artıracak diğer yeterliklerdir ve bunların her biri süreç içinde kendiliğinden aktive olmaktadırlar. Yapılandırmacı kuram ile ilgili 5E öğretim modelinin son iki basamağı olan “Derinleştirme” ve “Değerlendirme” den derinleştirme basamağının ayrı bir önemi vardır. Bilginin kullanıma aktarılması ile ilgili beceriler bu aşamada kazandırılır. Değerlendirme ise öğretim sürecinin tümüyle ilgili olup, “bir anlamda öğretimin niteliğinin kontrolü” ile ilgili eylemlerden oluşur. Her ders için yapılabileceği gibi ünite sonunda da yapılabilir. Derinleştirme basamağı ağırlıklı olarak kazanılan bilginin pekiştirildiği, kırılganlığın giderildiği aşamadır. Bu aşama alıştırmaların yapıldığı, MO sorularının çözüldüğü ve öğrenilen bilgi ve becerinin yaşamsal uygulamalarının yapıldığı aşamadır. Bu uygulamaların beceri ağırlıklı olması becerinin bilgi ile bütünleşmesine yer vermesi gerekir ve bu durum yeterliklerin gözlenebilmesi bakımından değerli fırsatlar sunar. Çift odaklı öğretimi ders akışı aşağıdaki şemaya uygun olarak gerçekleşir.

**Çift Odaklı Öğretime Uygun Ders Planı Akışı**

* Konu Başlığı (Süresi)
* Kazanımlar
* I. Odak
* Kavram veya genellemelerin kazandırılması

(Yapılandırmacı Kuram, GME, problem veya etkinlik üzerinde çalışma)

* Kavramsal anlamayı geliştirecek sorular
* II. Odak
* Kavram ve genellemenin pekiştirilmesi, derinleştirilmesi
* Matematik okuryazarlığı soruları
* Uygulamalar
* Ders dışında tanımlanan ödevler
* Ders kitaplarındaki alıştırma ve sorular

**Kaynaklar**

Altun, M. (2018). Ortaokullarda matematik öğretimi. *Baskı. Aktüel Yayınları. Bursa*.

Altun, M. (2020). Matematik okuryazarlığı el kitabı. *Baskı. Aktüel Yayınları. Bursa*.

Clements, D. H. and McMillen, S. (1996). Rethinking concrete manipulatives. Teaching Children Mathematics, 2(5), 270-279.

Doolittle, P. E. (1999). Constructivism and Online Education. *Virginia Tech, Virginia Polytechnic Institute & State University*.

Duru, A. ve Korkmaz, H. (2010). Öğretmenlerin yeni matematik programı hakkındaki görüşleri ve program değişim sürecinde karşılaşılan zorluklar. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 38, 67-81.

Gravemeijer, K. M., Vanen, H., ve Streefland, L. (1998). *Contexts Free Productions Test and Geometry in Realistic Mathematics Education.* Netherlands:State University of Utrecht.

Gürbüz, R. ve Toprak, Z. (2014). Aritmetikten cebire geçişi sağlayacak etkinliklerin tasarlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi. Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 8(1), 178-203.

Hauvel., ve Panhuizen, M. (1996). *Assessment and Realistic Mathematics Education.* Netherlands:Technipress.

Henningsen, M. and Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. Journal for Research in Mathematics Education, 28(5), 524- 549.

Hiebert, J. and Wearne, D. (1993). Insructional tasks, classroom discourse and students’ learning in second grade artihmetic. American Educational Research Journal, 30(2), 393-425.

Horoks, J. and Robert, A. (2007). Task designed to highlight task-activity relationships. Journal of Mathematics Teacher Education, 10, 279-287.

Kilpatrick, J., Swafford, J. and Findell, B. (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. Washington, DC: National Academy Press.

Jones, I. and Pratt, D. (2006). Connecting the equals sign. International Journal Computer for Mathematical Learning, 11(3), 301–325.

Mishra, S. K. and Yadav, B. (2013). Effect of activity based approach on achievement in science of students at elementary stage. International Journal of Basic and Applied Science, 1(4), 716-733.

Moyer, P. S. and Jones, M. G. (2004). Controlling choice: Teachers, students and manipulatives in mathematics classrooms. School Science and Mathematics, 104, 16-31.

Nelissen, J. M., ve Tomic, W. (1998). *Representations in Mathematic Education*.

OECD (2016), Ten Questions for Mathematics Teachers ... and how PISA can help answer them, PISA, OECD Publishing, Paris, http://dx.doi.or /10.1787/9789264265387-en.

Özden, Y. (2009). Öğrenme ve öğretme (9.Baskı). Ankara: Pegem Yayınları.

Stein, M. K., Grover, B. W. and Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. American Educational Research Journal Summer, 33(2), 455-488.